

## Raport de Cercetare

**Grant: Studii si cercetari de fluaj pentru conductoare multifilare din aluminiu si otel aluminiu utilizate la retelele de transport a energiei electrice**  
**Autor: Nicolae FAUR; Cornelia MUNTEANU; Iuliu SISAK**  
**Universitatea: Politehnica Timisoara**

### Cap. 1 ELEMENTE FUNDAMENTALE DIN GEOMETRIA CURBELOR STRĂMBE

Problema pe care ne-am propus s-o rezolvăm privind starea de tensiune și deformatie într-o sârmă a unui cablu multifilar, nu este – după cunoștiința noastră – rezolvată în literatură. Există însă obținute o serie de rezultate care sunt cele ale lui S.D. Ponomariov care se ocupă cu arcurile din cablu, sau cele de la Kunar sau Glușco.

Deoarece, cel puțin în partea de geometrie a sârmei izolată din conductor, privită ca o bară curbă strămbă se utilizează triedrul lui Frenet și multe formule de geometrie diferențială a curbelor cu tensiune, în primul capitol s-au redat, deosebit de sumar, o serie de noțiuni fundamentale întâlnite în geometria curbelor strămbe. În capitolul doi am stabilit ecuația diferențială a liniei elastice a unei "bare zvelte" iar în capitolul trei am studiat efectiv tensiunile și deplasările într-un conductor multifilar solicitat la tracțiune.

1° Spunem că un vector  $\vec{X}$  este variabil dacă cel puțin una din caracteristicile sale determinante  $\Rightarrow$  modul, direcție și sens = este variabilă.

2° Fie  $M$  o mulțime de vectori și  $N$  o mulțime de scalari. Se numește funcție vectorială de  $n$  argumente scalare o lege care face să corespundă fiecărui sistem ordonat de  $n$  scalari :

$x_1, x_2, \dots, x_n \in N$

$\rightarrow$   
cel puțin un vector  $u \in M$

3° Se numește curbă în sens larg, mulțimea punctelor  $M(x, y, z)$  din spațiu ale căror coordonate  $x, y, z$  sunt funcții de același parametru  $t$ , adică :

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad t \in (a, b)$$

Aceste relații se numesc ecuațiile parametrice ale curbei în sens larg.

4° Fie  $\vec{u}(t)$  o funcție vectorială de un argument scalar  $t$ .

$$\vec{u} = \vec{u}(t); \quad t \in (a, b)$$

Spunem că funcția  $\vec{u}(t)$  este continuă pentru  $t = t_0$  dacă oricărui  $\varepsilon > 0$  îi corespunde un  $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ , astfel încât să avem simultan :

$$\begin{cases} |\vec{u}(t) - \vec{u}(t_0)| < \varepsilon \\ |t - t_0| < \delta \end{cases}$$

Se spune deasemenea că funcția  $\vec{u}(t)$  este continuă în intervalul  $(a, b)$  dacă ea este continuă pentru orice  $t \in (a, b)$ .

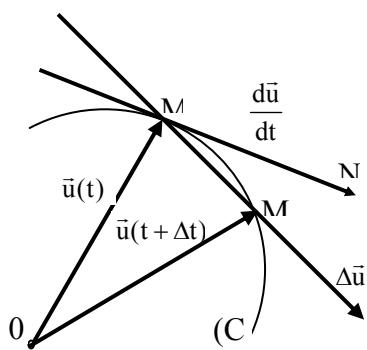
5° Se numește creșterea funcției  $\vec{u}(t)$  expresia :

$$\Delta \vec{u} = \vec{u}(t + \Delta t) - \vec{u}(t)$$

Fie  $\vec{u}(t)$  o funcție vectorială continuă în punctul  $t$ .

Spunem că funcția vectorială  $\vec{u}(t)$  este derivabilă în punctul  $t$  dacă  $\lim_{t \rightarrow t_0} \frac{\Delta \vec{u}}{\Delta t}$  există și este unică.

Dacă funcția  $\vec{u}(t)$  este derivabilă în toate punctele intervalului  $(a, b)$  atunci spunem că  $\vec{u}(t)$  este derivabilă în intervalul  $(a, b)$ .



In legătură cu noțiunea de derivată este util de reamintit următoarea teoremă :

Fie  $\vec{u}(t)$  o funcție vectorială de argument  $t \in (a, b)$  și fie  $\vec{u}_x(t), \vec{u}_y(t), \vec{u}_z(t)$  componentele scalare ale funcției  $\vec{u}(t)$  după vectorii  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ . Condiția necesară și suficientă ca funcția  $\vec{u}(t)$  să fie derivabilă în punctul  $t$  este ca funcțiile scalare  $\vec{u}_x(t), \vec{u}_y(t), \vec{u}_z(t)$  să fie derivabile în punctul  $t$ .

Deci prin definiție :

$$\frac{d\vec{u}(t)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{u}(t)}{\Delta t}$$

Se demonstrează analog, ca în analiza funcțiilor scalare, că derivata funcției vectoriale  $\vec{u}(t)$  este un vector tangent la curba  $(C)$  în punctul  $M$ , unde  $M$  este extremitatea vectorului  $\vec{u}(t)$

Pentru produsul vectorial :

$$\vec{u}(t) = \vec{u}_1(t) \times \vec{u}_2(t)$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{u}_1}{dt} \times \vec{u}_2 + \vec{u}_1 \times \frac{d\vec{u}_2}{dt}$$

Amintim numai câteva definiții analitice din geometria curbelor strîmbe, renunțând pentru moment la definițiile topologice care nu sunt prea utilizate, însă utilizarea definițiilor topologice ar putea să ducă la o prezentare mai riguroasă a problemei analizate.

6° Fie  $\Gamma$  o mulțime de puncte  $M(x, y, z)$  din spațiu euclidian real cu trei dimensiuni  $R^3$ .

Spunem că mulțimea  $\Gamma$  este un arc simplu de curbă dacă coordonatele  $x, y, z$  ale punctelor  $M$  verifică unul din următoarele sisteme de ecuații :

Ecuatiile implice

$$\begin{cases} F(x, y, z) = 0 & x \in (a_2, b_2) \\ G(x, y, z) = 0 & y \in (a_2, b_2) \end{cases}$$

Ecuatiile explicite

$$z = f(x, y) \quad x \in (a_1, b_1)$$

$$z = g(x, y) \quad y \in (a_2, b_2)$$

Ecuatiile parametrice

$$\begin{cases} x = f_1(t) \\ y = f_2(t) & t \in (a_1, b_1) \\ z = f_3(t) \end{cases}$$

unde funcțiile F, G, f, g, f1, f2, f3 satisfac condițiile :

α) sunt funcții reale, uniforme și continue

β) funcțiile f1, f2, f3 stabilesc o corespondență biunivocă și bicontinuă între punctele  $M \in \Gamma$  și mulțimea parametrului t.

γ) admit derivate de ordinul I continue.

7° Se numește arc de curbă regulat mulțimea punctului  $M(x,y,z) \in R^3$ , ale căror coordonate x, y, z verifică unul din sistemele de ecuații precedente iar funcțiile satisfac următoarele condiții de regularitate

α) sunt funcții reale și continue

β) funcțiile f1, f2, f3 stabilesc o corespondență biunivocă și bicontinuă între punctele

$M \in \Gamma$  și mulțimea parametrului t.

γ) admit derivate de ordinul I, continue și nu toate egale cu zero

δ) cel puțin unul din iacobienii :

$$\frac{D(F,G)}{D(y,z)}, \frac{D(F,G)}{D(z,x)}, \frac{D(F,G)}{D(x,y)}$$

este diferit de zero.

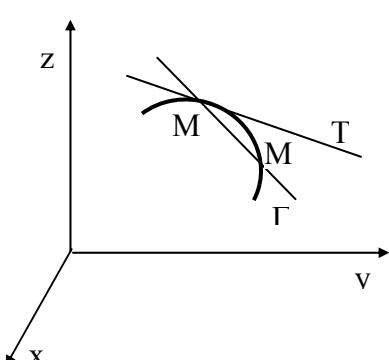
8° Relația  $\vec{r} = \vec{r}(t)$  se numește ecuația vectorială a curbei regulate de ordinul n  $\left[ \Gamma = \bigcup_{i \in I} \Gamma_i \right]$  și se poate demonstra că această funcție satisfac condițiile de regularitate  $\alpha \div \delta$

9° Fie arcul  $\overset{\curvearrowright}{AB}$  și fie  $\left| \overset{\rightarrow}{AB} \right|$  modulul vectorului  $\overset{\rightarrow}{AB}$ . Suntem că arcul  $\overset{\curvearrowright}{AB}$  este rectificabil dacă

$$\lim_{A \rightarrow B} \frac{\overset{\curvearrowright}{AB}}{\left| \overset{\rightarrow}{AB} \right|} = 1$$

10° Tangenta

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată și fie punctele  $M, M_1 \in \Gamma$ . Se numește tangentă la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$ , poziția limită a coardei  $MM_1$  când  $M_1 \rightarrow M$ .



Dacă  $\Gamma$  este dată prin ecuația vectorială

$$\Gamma : \vec{r} = \vec{r}(t)$$

atunci tangentă T are ecuația :

$$T : \overset{\rightarrow}{R} = \overset{\rightarrow}{r} + \lambda \frac{d\overset{\rightarrow}{r}}{dt}$$

În legătură cu tangentă se demonstrează următoarea teoremă :

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată și fie T tangentă la curba  $\Gamma$  într-un punct  $M \in \Gamma$  de vector de poziție  $\vec{r}$ .

$$\vec{\tau} = \frac{d\overset{\rightarrow}{r}}{ds}$$

Dacă  $\vec{\tau}$  este vîsorul tangentei T, atunci avem :

unde  $ds$  este elementul de arc al curbei  $\Gamma$ .

#### 11<sup>o</sup> Planul normal

Fie o curbă regulată  $\Gamma$  și fie  $M \in \Gamma$  un punct pe curba  $\Gamma$ . Se numește plan normal la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$ , un plan  $\pi_N$  perpendicular pe tangentă  $T$  la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$  adică :

$$\pi_N \perp T \quad \text{Ecuția vectorială :} \quad (\vec{R} - \vec{r}) \frac{d\vec{r}}{dt} = 0$$

12<sup>o</sup> Planul osculator . Fie o curbă regulată  $\Gamma$  și fie două puncte  $M, M' \in \Gamma$ . Se numește plan osculator la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$  poziția limită a planului ce trece prin punctul  $M$  și prin tangentă la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$  când  $M \rightarrow M'$ , dacă această poziție limită există și este unică, tangentă în punctul  $M$  fiind presupusă nestaționară.

$$\pi_0 : (\vec{R} - \vec{r}) \cdot \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) = 0$$

Obs. – Planul osculator traversează în general curba

- Pentru o curbă plană, planul osculator este planul curbei.

#### 13<sup>o</sup> Normala principală

Fie o curbă  $\Gamma$  și fie  $M \in \Gamma$  un punct curent, de vector de poziție  $\vec{r}$ .

Se numește normala principală la curba  $\Gamma$  în punctul  $M$  o dreaptă  $N_p$  conținută în planul norma

$\pi_N$  și în planul osculator  $\pi_0$ , ce trece prin punctul  $M$ .

$$N_p = \pi_N \cap \pi_0$$

$$\frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$$

Versonul normalei principale  $\vec{v}$  are aceeași direcție cu  $\frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$ , iar sensul lui se ia astfel încât

$$\frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$$

să fie identic cu sensul vectorului  $\frac{d^2\vec{r}}{ds^2}$ , adică :

$$\vec{v} = \lambda \frac{d^2 \cdot \vec{r}}{ds^2} \quad \lambda > 0$$

$$\Gamma : \vec{r} = \vec{r}(t) \Rightarrow N_p : (\vec{R} - \vec{r}) = \lambda \left[ \frac{d\vec{r}}{dt} \times \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) \right]$$

Ecuția :

#### 14<sup>o</sup> Binormala

Se numește binormală la curba  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  o normală  $N_b$  perpendiculară pe planul osculator ce trece prin punctul  $M$ , adică :

$$N_b \perp \pi_0$$

Versonul binormalei  $\vec{\beta}$  se determină astfel încât triedul  $(\vec{\tau}, \vec{v}, \vec{\beta})$  să formeze un triedru drept, adică :

$$\vec{\beta} = \vec{\tau} \times \vec{v}$$

Ecuția binormalei :

$$\vec{R} - \vec{r} = \lambda \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right)$$

15º Planul rectificant. Se numește plan rectificant la curba  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  planul  $\pi_r$ , determinat de tangenta și binormala la curba  $\Gamma$  ce trec prin punctul  $M$ . Ecuația vectorială a planului rectificant este :

$$(\vec{R} - \vec{r}) \left[ \frac{d\vec{r}}{dt} \times \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \right) \right] = 0$$

16º Triedrul lui Frenet. Se numește triedrul lui Frenet atașat unei curbe  $\Gamma$  într-un punct  $M \in \Gamma$  un triedru drept determinat de vesorii :  $\vec{\tau}, \vec{v}, \vec{\beta}$ .

Între acești vesorii avem relațiile imediate :

$$\vec{\tau} = \vec{v} \times \vec{\beta}, \quad \vec{v} = \vec{\beta} \times \vec{\tau}, \quad \vec{\beta} = \vec{\tau} \times \vec{v}$$

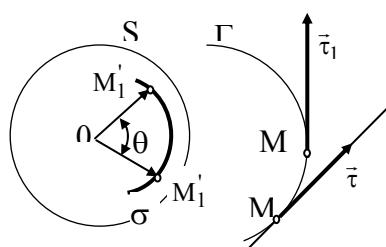
$$\vec{\tau} \times \vec{\tau} = \vec{v} \times \vec{v} = \vec{\beta} \times \vec{\beta} = 0$$

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\tau} = \vec{v} \cdot \vec{v} = \vec{\beta} \cdot \vec{\beta} = 1$$

$$\vec{\tau} \cdot \vec{v} = \vec{\tau} \cdot \vec{\beta} = \vec{v} \cdot \vec{\beta} = 0$$

17º Indicatoarea sferică a tangentelor

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată :  $M \in \Gamma$  un punct curent pe  $\Gamma$ ;  $S$  – o sferă cu centru în punctul  $o$  și de rază  $R = 1$ . Să considerăm vesonul tangentei  $\vec{\tau}$  în punctul  $M$  și fie  $OM' = \vec{\tau}^* = \vec{\tau}$  un vector cu originea în  $0$  și extremitatea în  $M' \in S$  echivalent cu  $\vec{\tau}$ . Când punctul  $M$  va parcurge curba  $\Gamma$  în sens direct, punctul  $M'$  va descrie pe sferă  $S$  o curbă  $\sigma$  numită indicatoarea sferică a tangentelor.



18º Curbură. Fie  $M \in \Gamma$  un punct pe curba  $\Gamma$  și  $\sigma$  indicatoarea sferică a tangentelor. Se numește curbura curbei  $\Gamma$  în punctul  $M$  notat  $K$  limita raportului

$$\left| \frac{\Delta \sigma}{\Delta s} \right|$$
 când  $\Delta s \rightarrow 0$ , dacă această limită există și este unică.

$$K = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta \sigma}{\Delta s} \right| \quad K = \left| \frac{d\sigma}{ds} \right|$$

19º Rază de curbură Prin definiție, raza de curbură  $R$  a curbei  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  este dată de relația

$$R = s \frac{1}{K} \quad \text{sau} \quad R' = \left| \frac{ds}{d\sigma} \right|$$

Se demonstrează următoare teoremă :

Fie  $\Gamma$  o curbă regulată :  $M, M' \in \Gamma$  două puncte pe  $\Gamma$ ;  $\sigma$  indicatoarea sferică a tangentelor;

$M', M'' \in \sigma$  două puncte pe  $\sigma$  corespunzătoare punctelor  $M, M'$ . Dacă notăm :

$$\Delta s = \overset{\cap}{MM_1} \subset \Gamma$$

$$\Delta \sigma = \overset{\cap}{M'M_1} \subset \sigma$$

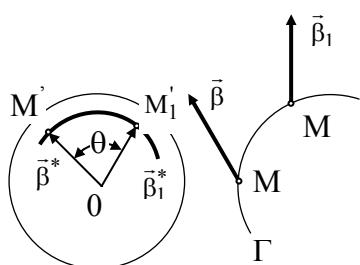
$$\Delta \theta = \langle (\vec{\tau}, \vec{\tau}_1) \rangle$$

$$K = \left| \frac{d\theta}{ds} \right|$$

atunci :

Unghiul  $\Delta \theta$  se numește unghiul de contingență al tangentelor.

20° Indicatoarea sferică a binormalelor



Fie  $\Gamma$  o curbă regulată ;  $M \in \Gamma$  un punct curent pe  $\Gamma$  ;  $S$  o sferă de rază  $R = 1$  și cu centrul în punctul  $0$ . Să ducem

în  $M$  vectorul  $\vec{\beta}$  (versorul binormalei) și fie

$\overrightarrow{OM}' = \vec{\beta}^* = \vec{\beta}$  un vector echivalent cu  $\vec{\beta}$ .

Dacă punctul  $M$  parcurge curba  $\Gamma$  în sens direct, atunci punctul  $M'$ , extremitatea vectorului  $\vec{\beta}^*$  va descrie pe sfera  $S$  o curba  $\sigma^*$ . Această curbă se numește indicatoarea sferică a binormalelor.

21° Torsiunea. Fie  $\Gamma$  o curbă regulată și fie

$\sigma^*$  indicatoarea sferică a binormalelor. Torsiunea curbei  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$ , însemnată prin  $K^*$ , este limita raportului

$$\frac{\Delta \sigma^*}{\Delta s}$$

unde  $\Delta s \rightarrow 0$ , dacă această limită există și este unică.

$$K^* = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \sigma^*}{\Delta s} = \frac{d\sigma^*}{ds}$$

22° Raza de torsion. Prin definiție, raza de torsion a curbei  $\Gamma$  în punctul  $M \in \Gamma$  este :

$$T = \frac{1}{K^*} = \frac{ds}{d\sigma^*}$$

Se demonstrează că dacă  $\Delta \theta^*$  este unghiul de contingență al binormalelor, atunci :

$$K^* = \frac{d\theta^*}{ds}$$

23° Formulele lui Frenet

$$\frac{d\vec{\tau}}{ds} = \frac{\vec{v}}{R}, \quad \frac{d\vec{\beta}}{ds} = -\frac{\vec{v}}{T}, \quad \frac{d\vec{v}}{ds} = -\left( \frac{\vec{\tau}}{R} - \frac{\vec{\beta}}{T} \right)$$

24° Se demonstrează următoarele teoreme :

a. Condiția necesară și suficientă ca o curbă  $\Gamma$  să fie o dreaptă este :  $K = 0$

$$\frac{1}{T} = 0$$

b. Condiția necesară și suficientă ca o curbă strâmbă să fie o curbă plană este ca

### 25º Calculul curburii și torsiunii

Calculul curburii Fie  $\Gamma$  o curbă regulată;  $M(x, y, z) \in \Gamma$  un punct curent pe curba  $\Gamma$  de vector de poziție  $\vec{r}$ ;  $ds$  elementul de arc pe curba  $\Gamma$ ;  $R$  raza de curbură a curbei  $\Gamma$  în punctul  $M$ .

Dacă  $\Gamma$  este dată prin ec. vect. :

$$\vec{r} = \vec{r}(t)$$

atunci curbura curbei  $\Gamma$  are expresia :

$$K = \frac{1}{R} = \left| \frac{d\vec{r}}{ds} \times \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \right|$$

Calculul torsiunii. Dacă  $T$  este raza de torsiu în punctul  $M$ , atunci torsiunea are expresia :

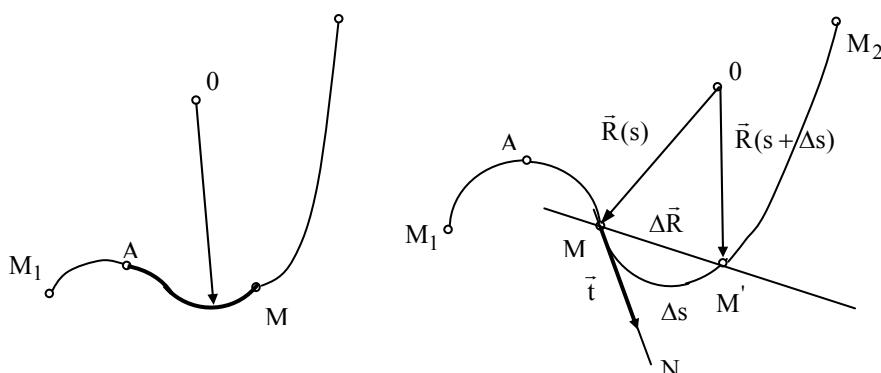
$$K^* = \frac{1}{T} = \frac{\frac{d\vec{r}}{ds} \cdot \left( \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \times \frac{d^3\vec{r}}{ds^3} \right)}{\left| \frac{d\vec{r}}{ds} \times \frac{d^2\vec{r}}{ds^2} \right|}$$

## Cap. 2 ELEMENTE GEOMETRICE ALE BARELOR CURBE CU DUBLĂ CURBURĂ

### BARE CURBE STRÂMBE

Să considerăm o bară curbă a cărei axă este reprezentată printr-o curbă oarecare în spațiu, adică o curbă cu dublă curbură:  $M_1 M_2$ . (fig. 2.1)

Pozitia unui punct arbitrar  $M$  de pe axa barei se determină prin raza vectoare  $\vec{R}$ , adică printr-un vector variabil care are originea într-un punct oarecare fix  $O$  numit "pol" și al cărui modul este egal cu distanța de la pol la punctul considerat  $M$  al axei.



Se notează cu  $S$  lungimea arcului măsurat de la un anumit punct  $A$  al axei barei considerat ca origine a arcului până la punctul considerat  $M$ . Arcul s este considerat pozitiv în sensul de la  $A$  la  $M_2$ . Este natural ca raza vectoare  $\vec{R}$  apunctului  $M$  să fie considerată ca o funcție de variabilă scalară  $s$ . Această funcție  $\vec{R}(s)$  reprezintă formă parametrică a ecuației vectoriale a curbei considerate  $M_1M_2$ , reprezentând axa bazei,

$$\vec{R} = \vec{R}(s) \quad (1)$$

parametrul fiind lungimea  $s$  a arcului.

1°

Se consideră pe axa barei două puncte apropiate  $M$  și  $M'$ . Poziția acestor puncte se determină prin razele vectoare respective  $\vec{R}(s)$  și  $\vec{R}(s + \Delta s)$ . Diferența la  $\Delta\vec{R}$  este un vector care unește punctele  $M$  și  $M'$  orientat după secanta  $MM'$ . Limita raportului dintre creșterea  $\Delta\vec{R}$  a razei vectoare  $\vec{R}$  și creșterea argumentului  $s$  când  $\Delta s$  tinde spre zero, este prin definiție derivata vectorului  $\vec{R}(s)$ :

$$\vec{R}' = \frac{d\vec{R}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{R}}{\Delta s} \quad (2)$$

Trebuie să precizăm că această limită trebuie să existe și să fie unică.

2°

Observând că poziția limită a secantei  $MM'$  pentru  $\Delta s \rightarrow 0$  este tangentă la curbă în punctul  $M$ , se trage concluzia că derivata razei vectoare  $\vec{R}(s)$  în raport cu arcul  $s$  este un vector orientat după tangentă. Modulul vectorului  $\vec{R}'$  este egal cu 1 el fiind limita raportului între coardă și arc. Arcul  $MM'$  se zice astfel că este un arc de curbă rectificabil. Se admite sensul vectorului  $\vec{R}'$  ca sens pozitiv al tangentei și se notează vectorul unitar – vesorul – al tangentei cu  $\vec{t}$ . În acest caz

$$\vec{t} = \frac{d\vec{R}}{ds} = \vec{R}' \quad (3)$$

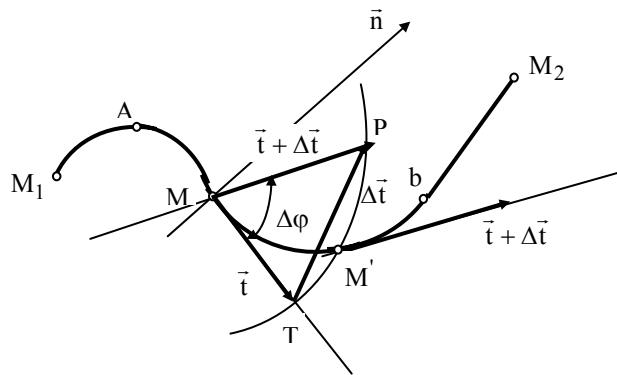
Această concluzie este prezentată în geometria diferențială ca o teoremă variabilă pentru curbele regulate.

3°

Să analizăm acum schimbarea direcției tangentei la trecerea de la punctul  $M(s)$  la un punct foarte apropiat  $M'(s + \Delta s)$ . Dacă  $\vec{t}$  este vectorul unitar al tangentei la curbă în punctul  $M$  atunci  $\vec{t} + \Delta\vec{t}$  este vectorul unitar al tangentei în punctul  $M'$ . Se transportă vectorul  $\vec{t} + \Delta\vec{t}$ , paralel cu el însuși, în punctul  $M$ . În acest caz vectorul  $\Delta\vec{t}$  va caracteriza ca mărime și sens deviația

$$\frac{\Delta\vec{t}}{\Delta s}$$

tangentei la trecerea din punctul  $M$  în punctul în punctul  $M'$ . Cu alte cuvinte, raportul  $\frac{\Delta\vec{t}}{\Delta s}$  este măsura curburii medii a curbei pe porțiunea dintre  $M$  și  $M'$ .



Limita acestui raport, când  $\Delta s$  tinde spre zero, adică derivata vectorului  $\vec{t}$  în raportul cu arcul  $s$ , dacă această limită există și este unică, se numește prin definiție vectorul de curbură al curbei în punctul  $M$ .

$$\vec{t}' = \frac{\vec{dt}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta t}}{\Delta s} \quad (4)$$

Însăși construcția vectorului de curbură arată că el este orientat înspre concavitatea curbei.

4º Se notează cu  $\Delta\varphi$  așa numitul unghi de contingencă al tangentelor din punctele  $M$  și  $M'$ , adică unghiul format de vectori  $\vec{t}$  și  $\vec{t} + \vec{\Delta t}$ . Ne folosim de indicatoarea sferică a tangentelor, definită mai sus. Se obține :

$$\left| \frac{\vec{\Delta t}}{\Delta s} \right| = \frac{\vec{TP}}{\Delta s} = \frac{\vec{TP}}{\vec{TP}} \cdot \frac{\vec{TP}}{\Delta s} = \frac{\vec{TP}}{\vec{TP}} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \quad (5)$$

în care  $\vec{TP}$  reprezintă arcul de cerc cu raza egală cu 1 și având centrul în punctul  $M$ .

Limita raportului dintre unghiul de contingencă  $\Delta\varphi$  și elementul de arc  $\Delta s$  se numește curbura de ordinul întâi sau simplu curbura în punctul respectiv și se notează :

$$\frac{1}{\rho_1} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} \quad (6)$$

Curbura  $\frac{1}{\rho_1}$  reprezintă o măsură a derivației curbei considerate față de linia dreaptă . De

asemenea deoarece limita raportului dintre coarda  $TP$  și arcul  $\overset{\curvearrowright}{TP}$  este egală cu 1 se trage concluzia că relația (5) cînd se trece la limită, dă valoarea (mărimea) vectorului curburii și anume :

$$\left| \vec{t}' \right| = \left| \frac{\vec{dt}}{ds} \right| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{1}{\rho_1} \quad (7)$$

1

Din expresia (7) rezultă că  $\frac{1}{\rho_1}$ , deci curbura unei curbe în spațiu este considerată întotdeauna ca o mărime pur pozitivă.

5º Derivata  $\vec{t}'$ , fiind derivata unui vector unitar, este perpendiculară pe vectorul  $\vec{t}$ , adică este dirijată pe una din normalele la curba în spațiu considerată în punctul de tangentă M. Spre deosebirea de curba plană, curba în spațiu nu are o singură normală, ci o infinitate. Dintre toate aceste normale, cea mai importantă este aceea care coincide cu direcția vectorului de curbură  $\vec{t}'$ , adică aceea care caracterizează variația direcției tangentei  $\vec{t}$  în timpul mișcării în lungul curbei. Această normală se numește normală principală a curbei în spațiu. Dacă se admite sensul vectorului de curbură ca sens pozitiv al normalei principale și se notează cu  $\vec{n}$  versonul normalei principale, se obține următoarea expresie pentru vectorul de curbură :

Relația (7) ne-a dat mărimea ; știind că este orientat după normală principală, înmulțim cu  $\vec{n}$  și-i găsim expresia vectorială.

$$\frac{\vec{dt}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n} \quad (8)$$

6º Dintre celelalte normale la curbă în punctul dat M, este indicat să se mai utilizeze una și anume perpendiculară pe normală principală numită binormală. Se admite ca sensul pozitiv al binormalei să fie același cu sensul pozitiv al tangentei și al normalei principale, asociate astfel încât să formeze un triedru stîng. [Amintim că triedrul drept se numește triedrul lui Frenet]. În acest caz avem :

$$\left. \begin{array}{l} \vec{b} = \vec{t} \times \vec{n} \\ \vec{t} = \vec{n} \times \vec{b} \\ \vec{n} = \vec{b} \times \vec{t} \end{array} \right\} \quad (9)$$

7º Așadar, în fiecare punct al curbei ( $\Gamma$ ) în spațiu , există trei vectori ortogonali care formează un triedru atașat curbei în punctul  $M \in \Gamma$ , denumit triedru de bază, natural sau intrinsec. Se știe că fiecare pereche de muchii ale acestui triedru definește un anumit plan :

- $(\vec{t}, \vec{n}) \rightarrow$  plan osculator
- $(\vec{n}, \vec{b}) \rightarrow$  plan normal
- $(\vec{b}, \vec{t}) \rightarrow$  plan rectificant.

8º Din infinitatea de plane care trec prin punctul dat de pe curba considerată, planul osculator este legat cel mai strâns de curbă.

Dacă se notează cu  $\Delta s$  lungimea arcului de curbă de la punctul dat M la punctul foarte apropiat  $M'$  se poate demonstra că ordinul de mărime al distanțelor de la punctul  $M'$  la fețele triedrului construit în punctul M este următorul : la planul normal – de ordinul întâi; la planul rectificant de ordinul al doilea iar la planul osculator de ordinul al treilea față de valoarea mică a lui  $\Delta s$ . Cu alte cuvinte, orice curbă în spațiu poate fi considerată cu aproximarea unui infinit mic de ordinul al treilea ca fiind curbă plană pe o distanță infinit mică în jurul punctului dat M, ea fiind așezată în planul osculator corespunzător aceluia punct.

9º Orientarea planului osculator, determinată de versonul perpendicular pe el al binormalei  $\vec{b}$ , variază pe măsura deplasării în lungul curbei în spațiu. Această variație, care caracterizează abaterea elementului infinit mic al curbei  $MM'$  față de planul osculator în punctul M este caracterizată prin

$$\frac{\vec{db}}{ds}$$

vectorul de torsiune  $\frac{\vec{db}}{ds}$ , construit în mod analog cu vectorul de curbură. Este evident că după natura acestei variații se poate aprecia măsura în care curba considerată se abate de la o curbă plană.

Dacă se notează cu  $\Delta\theta$  unghiul format de binormalele din punctele M și M' adică unghiul format de binormalele  $\vec{b}$  și  $\vec{b} + \vec{\Delta b}$ , modulul vectorului de torsiune este :

$$\left| \frac{\vec{db}}{ds} \right| = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta s} = \frac{1}{\rho_2}$$
(10)

$$\frac{1}{\rho_2}$$

în care  $\rho_2$  este valoarea absolută a curburii de ordinul al doilea sau al torsionii curbei în spațiu în punctul respectiv. Curbura de ordinul al doilea sau torsionea poate fi considerată ca abaterea curbei în spațiu față de curbă plană. (pentru curba plană torsionea devine nulă).

$$\left| \frac{\vec{db}}{ds} \right|$$

10° Să determinăm acum sensul vectorului de torsiune  $\frac{\vec{db}}{ds}$ . Este evident că vectorul de torsiune fiind derivata vectorului unitar  $\vec{b}$ , este perpendicular pe binormală. Se demonstrează ușor că el este perpendicular și pe tangentă. Într-adevăr, ținând seama că tangenta este perpendiculară pe binormală, produsul scalar al vesorilor acestora este nul, adică  $\vec{t} \cdot \vec{b} = 0$

$$\vec{t} \frac{\vec{db}}{ds} + \vec{t} \cdot \vec{b} = 0$$

Derivând, obținem : .

$$\text{dar } \frac{\vec{dt}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n} \quad \text{deci} \quad \frac{\vec{dt}}{ds} \cdot \vec{b} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n} \cdot \vec{b} = 0$$

$\vec{t} \cdot \frac{\vec{db}}{ds} = 0$  rezultă ceea ce reprezintă condiția de perpendicularitate dintre tangentă și vectorul de torsiune.

Deci vectorul de torsiune este perpendicular atât pe binormală  $\vec{b}$  cât și pe tangentă  $\vec{t}$  adică este perpendiculară pe planul rectificant și deci paralel cu normala principală  $\vec{n}$ . Sensurile pozitive ale vectorului de torsiune și vesorului normalei principale pot să coincidă sau pot fi opuse. Dacă sensurile

$$\frac{\vec{db}}{ds} \quad \frac{1}{\rho_2}$$

pozitive ale vectorilor  $\frac{\vec{db}}{ds}$  și  $\vec{n}$  sunt opuse, se admite pentru torsionea  $\rho_2$  a curbei semnul pozitiv, iar dacă sensurile lor pozitive coincid se consideră torsionea curbei ca fiind negativă. În acest caz vectorul de torsiune poate fi exprimat astfel :

$$\frac{\vec{db}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \vec{n} \quad (11)$$

În consecință, spre deosebire de curbura de ordinul întâi  $\frac{1}{\rho_1}$  considerată în teoria curbelor în spațiu ca o mărime pur pozitivă, curbura de ordinul al doilea sau torsionea  $\frac{1}{\rho_2}$  poate fi atât pozitivă cât și negativă.

11° Studiul variației direcției tangenței la mișcarea punctului de tangență în lungul curbei considerate,

$$\frac{\vec{dt}}{ds}$$

a condus la noțiunea vectorului de curbură  $\frac{\vec{dt}}{ds}$  care caracterizează derivația curbei față de linia dreaptă, iar studiul variației poziției planului osculator în timpul mișcării pe curba în spațiu a condus la

$$\frac{\vec{db}}{ds}$$

introducerea vectorului de torsion  $\frac{ds}{ds}$  al curbei, care caracterizează abaterea ei de la o curbă plană.

Să deducem acum expresia derivatei versorului normalei principale. Știm că (9) :

$$\vec{n} = \vec{b} \times \vec{t}$$

$$\frac{d\vec{n}}{ds} = \frac{\vec{db}}{ds} \times \vec{t} + \vec{b} \times \frac{\vec{dt}}{ds}$$

$$\text{derivăm : } \frac{\vec{db}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \vec{n} \quad ; \quad \frac{\vec{dt}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n}$$

$$\text{rezultă : } \frac{d\vec{n}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \vec{n} \times \vec{t} + \frac{1}{\rho_1} \vec{b} \times \vec{n}$$

$$\text{dar : } \vec{n} \times \vec{t} = -\vec{b}; \quad \vec{b} \times \vec{n} = -\vec{t}$$

$$\frac{d\vec{n}}{ds} = -\frac{1}{\rho_1} \vec{t} + \frac{1}{\rho_2} \vec{b}$$

(12)

12° Să analizăm acum mișcarea triedrului de bază, când vârful său (originea) se deplasează în lungul axei barei. Când punctul M se deplasează în lungul curbei considerate (axa barei) triedrul se deplasează împreună cu el rotindu-se în același timp în jurul unei anumite axe care trece prin punctul M, numită axă instantanee de rotație, astfel încât vectorul  $\vec{t}$  rămâne mereu tangent,  $\vec{n}$  rămâne pe normala principală și  $\vec{b}$  pe binormala curbei pentru punctul de pe axa barei cu care coincide în momentul respectiv vârful triedrului. Să notăm cu  $\vec{\omega}$  viteza unghiulară de rotire a triedrului în jurul axei instantanee de rotație și să ne raportăm la arcul de curbă parcurs s, adică înlocuim derivarea obișnuită în raport cu timpul, printr-o derivare în raport cu arcul s.

Se notează cu  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  proiecțiile vectorului  $\vec{\omega}$  pe axele  $\vec{t}, \vec{n}, \vec{b}$  astfel încât :

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{t} + \omega_2 \vec{n} + \omega_3 \vec{b} \quad (13)$$

Pentru a obține valorile  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  se procedează în felul următor :

- se înmulțesc vectorial ambele părți ale egalității (13) cu vesorul tangentei  $\vec{t}$  :

$$\vec{\omega} \times \vec{t} = \omega_1 \cdot \vec{t} \times \vec{t} + \omega_2 \vec{n} \times \vec{t} + \omega_3 \vec{b} \times \vec{t}$$

Dar : produsul vectorial dintre viteza unghiulară  $\vec{\omega}$  și vesorul tangentei  $\vec{t}$ , reprezintă viteza liniară  $\frac{\vec{dt}}{ds}$  a extremității vectorului  $\vec{t}$  la rotirea triedrului cu viteza unghiulară  $\vec{\omega}$ . Rezultă :

$$\vec{\omega} \times \vec{t} = \frac{\vec{dt}}{ds} = \frac{1}{\rho_1} \vec{n}$$

iar :  $\vec{t} \times \vec{t} = 0$ ;  $\vec{n} \times \vec{t} = -\vec{b}$ ;  $\vec{b} \times \vec{t} = \vec{n}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho_1} \vec{n} &= -\omega_2 \cdot \vec{b} + \omega_3 \cdot \vec{n} \\ \Rightarrow \omega_2 &= 0; \quad \omega_3 = \frac{1}{\rho_1} \end{aligned} \tag{14}$$

- procedând analog, înmulțind vectorial  $\vec{b}$ , găsim :

$$\vec{\omega} \times \vec{b} = \omega_1 \vec{t} \times \vec{b} + \omega_2 \vec{n} \times \vec{b} + \omega_3 \vec{b} \times \vec{b}$$

$$\begin{aligned} \vec{\omega} \times \vec{b} &= \frac{\vec{db}}{ds} = -\frac{1}{\rho_2} \vec{n}; \quad \vec{t} \times \vec{b} = -\vec{n}; \quad \vec{n} \times \vec{b} = \vec{t}; \quad \vec{b} \times \vec{b} = 0 \\ -\frac{1}{\rho_2} \vec{n} &= -\omega_1 \vec{n} + \omega_2 \vec{t} \\ \Rightarrow \omega_1 &= \frac{1}{\rho_2} \end{aligned} \tag{15}$$

Deci vectorul  $\vec{\omega}$  al vitezei unghiulare de rotație a triedrului de bază în jurul axei instantanee care trece prin vârful său poate fi exprimat astfel :

$$\vec{\omega} = \frac{1}{\rho_2} \vec{t} + \frac{1}{\rho_1} \vec{b} \tag{16}$$

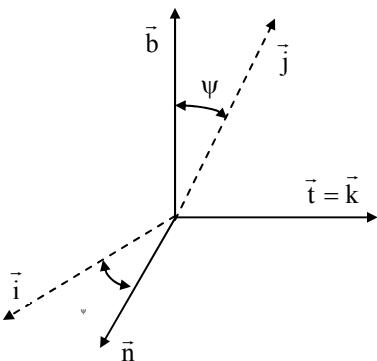
adică, mișcarea triedrului de bază în fiecare moment este compusă din două mișcări de rotație : una în

jurul tangentei cu viteza unghiulară  $\frac{1}{\rho_2}$  și alta în jurul binormalei cu viteza unghiulară  $\frac{1}{\rho_1}$ .

13° Ne-am fixat până acum un sistem de coordonate mobil legat de axa geometrică a barei; numit triedru de bază. Să vedem ce se întâmplă când trecem la studiul barei în ansamblu. În acest caz se consideră în afară de triedrul de bază și un aşa numit triedru principal, care include atât axa barei cât și secțiunea transversală a ei.

Se notează cu  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  vesorii triedrului principal formând un sistem stîng. Se suprapune vesorul  $\vec{k}$  cu vesorul  $\vec{t}$  al triedrului de bază, adică se orientează după tangentă la linia mediană a barei, în sensul creșterii arcului s. Dacă bara se găsește în stare naturală nedeformată, atunci ceilalți

doi versori  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  ai triedrului principal, sunt orientați după axele principale de inerție ale secțiunii transversale a barei. Dacă se consideră o anumită stare deformată, vom studia mai târziu orientarea triedrului principal.



În cazul general, versorii  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  ai triedrului principal nu corespund cu versorii  $\vec{n}$ ,  $\vec{b}$  ai triedrului debază. Se notează cu  $\psi$  unghiul dintre normala principală  $\vec{n}$  și vesorul  $\vec{i}$ . Unghiul  $\psi$  se consideră pozitiv dacă pentru observatorul care îl privește din partea vesorului tangentei  $\vec{t}$  el apare ca fiind îndreptat în sensul de mișcare al acelor ceasornicului față de axa  $\vec{n}$ .

**14<sup>o</sup>** Să studiem acum mișcarea triedrului principal în timpul deplasării vârfului său M, comun cu vârful triedrului de bază în lungul liniei mediane a barei.

Și în acest caz triedrul principal se rotește în fiecare moment în jurul unei axe instantaneu de rotație care trece prin punctul M, astfel încât vectorul  $\vec{k}$  coincide cu tangenta la axa

barei iar vectorii  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$  cu axele principale ale secțiunii, având centrul de greutate în punctul M.

Se notează cu  $\vec{\Omega}$  viteza unghiulară de rotație a triedrului principal în jurul axei instantanee, ca fiind considerată ca și mai înainte, în raport cu spațiul s parcurs pe curbă. Pot apărea două situații distincte :

- dacă axa principală a secțiunii coincide cu normala principală sau formează cu aceasta în toate secțiunile barei un unghi constant  $\psi$ , este evident că vitezele unghiulare de rotație ale triedrului principal și a celui de bază sunt egale :  $\vec{\Omega} = \vec{\omega}$
- în cazul general însă, unghiul  $\psi$  poate fi diferit pentru diferite secțiuni ale barei și deci poate fi considerat ca o funcție de arcul s :  $\Psi = \Psi(s)$

$$\frac{d\Psi}{ds}$$

În acest caz derivata  $\frac{d\Psi}{ds}$  caracterizează viteza de rotație a triedrului principal față de triedrul de bază. Vectorul acestei viteze este orientat după tangentă la linia mediană a barei și deci vitezele unghiulare  $\vec{\Omega}$  și  $\vec{\omega}$  sunt legate între ele prin relația :

$$\vec{\Omega} = \vec{\omega} + \frac{d\Psi}{ds} \cdot \vec{t} \quad (17)$$

Introducând pe  $\vec{\omega}$  din (16), avem :

$$\vec{\Omega} = \left( \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds} \right) \vec{t} + \frac{1}{\rho^2} \vec{b} \quad (18)$$

Așadar, rotația triedrului principal este compusă, în fiecare moment din două mișcări de rotație

$$\left( \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds} \right)$$

: prima, în jurul tangentei, cu viteza unghiulară și a doua în jurul binormalei, cu viteza

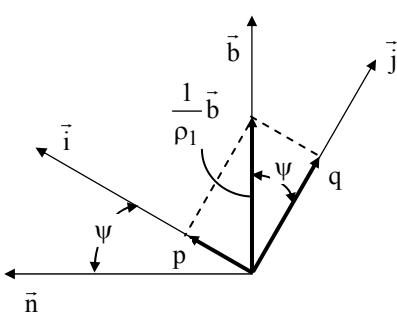
1

unghiulară  $\rho_1$ . Deci, cu alte cuvinte, formula (18) reprezintă descompunerea vectorului  $\vec{\Omega}$  după axele triedrului de bază.

Se notează cu  $p, q, r$  proiecțiile vectorului  $\vec{\Omega}$  pe axele  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  ale triedrului principal. Între proiecțiile vectorului  $\vec{\Omega}$  pe axele triedrului principal și pe axele triedrului de bază, există următoarele relații evidente :

$$p = \frac{\sin \Psi}{\rho_1}; \quad q = \frac{\cos \Psi}{\rho_1}; \quad r = \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds} \quad (19)$$

$$\text{deci : } \vec{\Omega} = \frac{\sin \Psi}{\rho_1} \vec{i} + \frac{\cos \Psi}{\rho_1} \vec{j} + \left( \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds} \right) \vec{k} \quad (20)$$



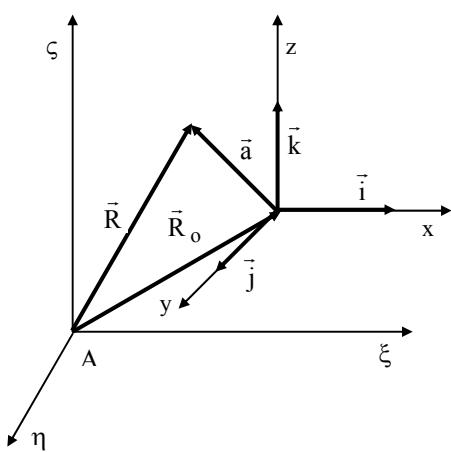
Mărimele  $p = \frac{\sin \Psi}{\rho_1}$ ;  $q = \frac{\cos \Psi}{\rho_1}$  reprezintă curburile proiecțiilor elementului de arc pe planele corespunzătoare ale triedrului principal și se numesc componente principale ale curburii.

$$r = \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds}$$

Mărimea  $r = \frac{1}{\rho_2} + \frac{d\Psi}{ds}$  se numește torsiunea barei. Se vede că torsiunea  $r$  a barei este determinată de torsiunea

$$\frac{1}{\rho_2} \quad \frac{d\Psi}{ds}$$

a axei barei și de mărimea  $\frac{d\Psi}{ds}$  care caracterizează viteza de rotire în raport cu normala principală a axelor principale de inerție ale secțiunii transversale în timpul deplasării ei în lungul barei. Vectorul  $\vec{\Omega}$  poate fi denumit vectorul total de curbură al barei în spațiu. Atât vectorul  $\vec{\Omega}$  cât și proiecțiile sale  $p, q, r$  sunt funcții de arcul  $s$ .



15º Pentru a încheia prezentarea elementelor necesare studiului barelor curbe strâmbă, va trebui să lămurim anumite considerații de ordin cinematic care se fac la studiul deformațiilor acestor bare.

Să considerăm acum un triedru fix :  $\vec{\xi}, \vec{\eta}, \vec{\zeta}$ .

Să notăm cu  $O$  originea sistemului mobil  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ , definită în raport cu triedrul fix de raza vectoare  $\vec{R}_o$ . Poziția unui punct  $M$  din spațiu, este definită în raport cu cele două sisteme prin razele vectoare  $\vec{R}$  și  $\vec{a}$ . Ne propunem să examinăm problema variației razelor vectoare ale unui punct mobil  $M$  în sistemul de coordonate fix  $\vec{\xi}, \vec{\eta}, \vec{\zeta}$  și în cel mobil  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

Avem evident :

$$\vec{R} = \vec{R}_o + \vec{a}$$

$$\vec{R} = \vec{R}_o + a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

în care  $a_x, a_y, a_z$ , sănt proiecțiile vectorului  $\vec{a}$  pe axele mobile.

Derivata lui  $\vec{R}$  în raport cu timpul reprezintă viteza punctului M în raport cu sistemul fix de axe, aşa numită viteză absolută.

$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d\vec{R}_o}{dt} + \frac{dax}{dt} \cdot \vec{i} + \frac{da_y}{dt} \cdot \vec{j} + \frac{da_z}{dt} \vec{k} + a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt} \quad (21)$$

$$\frac{da_x}{dt} \vec{i} + \frac{da_z}{dt} \vec{j} + \frac{da_z}{dt} \vec{k}$$

Componentele : caracterizează viteza punctului M în raport cu sistemul mobil de coordonate, aşa numită viteză în mișcarea relativă.

Se admite pentru această viteză notația :

$$\frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{da_x}{dt} \vec{i} + \frac{da_y}{dt} \vec{j} + \frac{da_z}{dt} \vec{k} \quad (22)$$

și se numește derivata relativă sau locală.

În cazul general, mișcarea sistemului mobil poate fi considerată în orice moment ca formată dintr-o mișcare de translatăie a originii sale 0 și dintr-o rotație a sistemului mobil în jurul unei axe

$$\frac{d\vec{R}_o}{dt}$$

instantanee care trece prin originea 0. Termenul  $\frac{d\vec{R}_o}{dt}$  reprezintă tocmai viteza mișcării de translataie a sistemului mobil.

În mișcarea de translataie vesorii sistemului mobil rămân invariabili ca direcție și deci derivatele lor devin nule. De aceea, existența termenilui :

$$a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt}$$

este datorită rotirii sistemului mobil în raport cu axa instantanee. Astfel termenii :

$$\frac{d\vec{R}_o}{dt} + a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt}$$

reprezintă viteza aceluui punct din sistemul mobil cu care corespunde în momentul considerat – punctul mobil M, sau aşa numita viteză a mișcării de transport.

Pentru a lămuri semnificația cinematică a derivatelor în raport cu timpul ale vesororului  $\vec{i}, \vec{j}$  și  $\vec{k}$  ai sistemului de axe mobil se notează viteza unghiulară de rotație a sistemului mobil cu  $\vec{\omega}$ . În acest caz derivatele vesorilor  $\vec{i}, \vec{j}$  și  $\vec{k}$  în raport cu timpul reprezintă vitezele liniare ale extremităților vectorilor datorită rotirii sistemului mobil. După cum se știe, viteza liniară în mișcarea de rotație este exprimată prin produsul vectorial dintre vectorul vitezei unghiulare și raza vectoare, adică :

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{i}; \quad \frac{d\vec{j}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{j}; \quad \frac{d\vec{k}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{k}$$

rezultă că :

$$\xi \equiv a_x \frac{d\vec{i}}{dt} + a_y \frac{d\vec{j}}{dt} + a_z \frac{d\vec{k}}{dt} = a_x \vec{\omega} \times \vec{i} + a_y \vec{\omega} \times \vec{j} + a_z \vec{\omega} \times \vec{k}$$

$$\text{dar } a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} = a$$

și deci :  $\xi \equiv \vec{\omega} x \vec{a}_x \vec{i} + \vec{\omega} x \vec{a}_y \vec{j} + \vec{\omega} x \vec{a}_z \vec{k} = \vec{\omega} x \vec{a}$

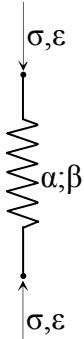
$$\frac{d\vec{R}}{dt} = \frac{d' \vec{a}}{dt} + \frac{d\vec{R}_o}{dt} + \vec{\omega} x \vec{a} \quad (23)$$

Rezultatele obținute mai pot fi formulate astfel : derivata vectorială în raport cu timpul a razei vectoriale  $\vec{a}$ , considerată într-un sistem de axe, diferă de derivata acelaiași vector într-un alt sistem, care se rotește în raport cu primul cu viteza unghiulară  $\vec{\omega}$ , prin produsul vectorial  $\vec{\omega} x \vec{a}$ . Această concluzie este valabilă atât pentru raza vectoare cât și în general pentru orice funcție vectorială a unui argument scalar.

### Cap.3. Modele mecanice pentru descrierea comportării vâscoelastice

Se utilizează de obicei patru modele mecanice simple (sau fundamentale): resortul, amortizorul, patina și regulatorul.

Resortul (Fig.3.1) – simbolizează un corp dotat cu o elasticitate totală și instantanea, având masa neglijabilă, numit corpul lui Hooke.

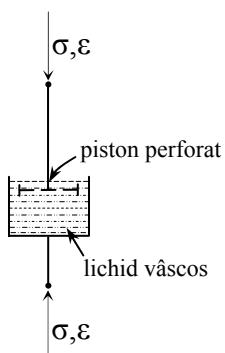


**Fig. 3.1**

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{ij}^s = \alpha \varepsilon_{ij}^s \\ \sigma_{ij}^d = \beta \varepsilon_{ij}^d \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

Proportionalitatea dintre tensorii sferici și deviatori introduce două constante elastice independente  $\alpha, \beta$ , care în funcție de natura solicitării iau diferite denumiri. De exemplu, pentru forfecare pură  $\alpha = \beta = G$  - modulul de elasticitate transversal.

Amortizorul (Fig. 3.2) – este reprezentat printr-un piston perforat, care se deplasează fără frecare solidă într-un cilindru în care se găsește un fluid newtonian. Relațiile între tensorii sferici și deviatori sunt:

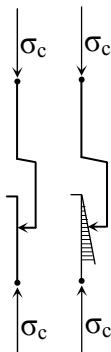


**Fig. 3.2**

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{ij}^s = A \dot{\varepsilon}_{ij}^s \\ \sigma_{ij}^d = B \dot{\varepsilon}_{ij}^d \end{array} \right\} \quad (3.2)$$

Patina (Fig. 3.3) – simbolizează frecarea solidă. Creșterea tensiunilor are efect numai când s-a ajuns la limita de curgere, după care tensiunea rămâne constantă. -pentru materialele ideal plastice.

$$-\sigma_c \leq \sigma \leq \sigma_c$$



**Fig. 3.3**

La limită există relația:

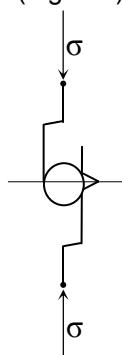
$$\sigma = \sigma_c \cdot \frac{\dot{\varepsilon}}{|\dot{\varepsilon}|} \quad (3.3)$$

În cazul materialelor cu consolidare se folosesc o patină înclinată (patina lui Képès) care simbolizează sporul de rezistență după atingerea limitei de curgere, domeniu în care frecarea este proporțională cu deformarea.

$$\sigma = K |\varepsilon| \frac{\dot{\varepsilon}}{|\dot{\varepsilon}|}$$

(3.4)

Regulatorul (Fig. 3.4) – simbolizează corpurile care până la o anumită viteză de deformare  $\dot{\varepsilon}_c$  nu opun nici o rezistență la deformare, dar nici nu permit să se depășească niciodată această viteză de deformare.



**Fig. 3.4**

$$-\dot{\varepsilon}_c \leq \dot{\varepsilon} \leq \dot{\varepsilon}_c \quad (3.5)$$

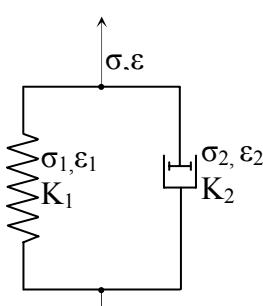
#### Gruparea modelelor mecanice elementare

Modelul KELVIN-VOIGT (Fig. 3.5) este alcătuit din legarea în paralel a unui resort cu un amortizor; aceasta înseamnă că ambele elemente vor avea aceeași deformare și tensiunea rezultantă este egală cu suma tensiunilor elementelor:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 + \sigma_2 = K_1 \varepsilon_1 + K_2 \dot{\varepsilon}_2 \\ \varepsilon &= \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \end{aligned}$$

Aceasta este ecuația de stare la momentul t, care scrisă mai explicit este:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{K_1}{K_2} \varepsilon = \frac{1}{K_2} \sigma(t)$$



**Fig. 3.5**

Prin integrare rezultă:

$$\varepsilon(t) = e^{-\frac{K_1}{K_2} t} \left( \frac{1}{K_2} \int_0^t \sigma(t) e^{\frac{K_1}{K_2} t} dt + \varepsilon_0 \right) \quad (3.6)$$

Ecuția diagramei de fluaj se obține considerând  $\sigma = \sigma_0 = const$

$$\varepsilon(t) = e^{-\frac{K_1 t}{K_2}} \varepsilon_0 + \frac{\sigma_0}{K_1} \left( 1 - e^{-\frac{K_1 t}{K_2}} \right) \quad (3.7)$$

Dacă se consideră că la  $t = 0 \Rightarrow \varepsilon_0 = 0$  rezultă

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{K_1} \left( 1 - e^{-\frac{K_1 t}{K_2}} \right) \quad (3.8)$$

De aici rezultă expresia funcției de fluaj:

$$f(t) = \frac{\varepsilon(t)}{\sigma_0} = \frac{1}{K_1} \left( 1 - e^{-\frac{K_1 t}{K_2}} \right) \quad (3.9)$$

Pentru solicitări monoaxiale  $K_1 = E$ ;  $K_2 = \eta$ ; nu există fenomene de relaxare. Pentru  $t \leq 0$ , luăm  $\sigma(0) = \varepsilon(0) = 0$ . La  $t = 0^+$  aplicăm o încărcare variabilă:

$$\sigma(t) = \left( K_1 + K_2 \frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon(t) \quad | \cdot e^{-pt} \quad (3.10)$$

$$\underbrace{\int_0^\infty \sigma(t) e^{-pt} dt}_{\tilde{\sigma}(p)} = \underbrace{K_1 \int_0^\infty \varepsilon(t) e^{-pt} dt}_{\tilde{\varepsilon}(p)} + \underbrace{K_2 \int_0^\infty \frac{\partial \varepsilon(t)}{\partial t} e^{-pt} dt}_{p \tilde{\varepsilon}(p) - \varepsilon(0)} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}(p) &= K_1 \tilde{\varepsilon}(p) + K_2 [p \tilde{\varepsilon}(p) - \varepsilon(0)]; \quad \varepsilon(0) = 0 \\ \tilde{\varepsilon}(p) &= \frac{\tilde{\sigma}(p)}{K_1 + p K_2} = \frac{\tilde{\sigma}(p)}{K_2 \left( p + \frac{K_1}{K_2} \right)} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Revenim în domeniul timpului aplicând transformata Laplace inversă:

$$f_1(p) = \tilde{\sigma}(p) \Rightarrow f_1(t) = \mathcal{L}^{-1}(\tilde{\sigma}(p)) = \sigma(t)$$

$$f_2(p) = \frac{1}{K_2 \left( p + \frac{K_1}{K_2} \right)} \Rightarrow f_2(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[ \frac{1}{K_2 \left( p + \frac{K_1}{K_2} \right)} \right] = \frac{1}{K_2} e^{-\frac{K_1 t}{K_2}} \quad * \quad (3.13)$$

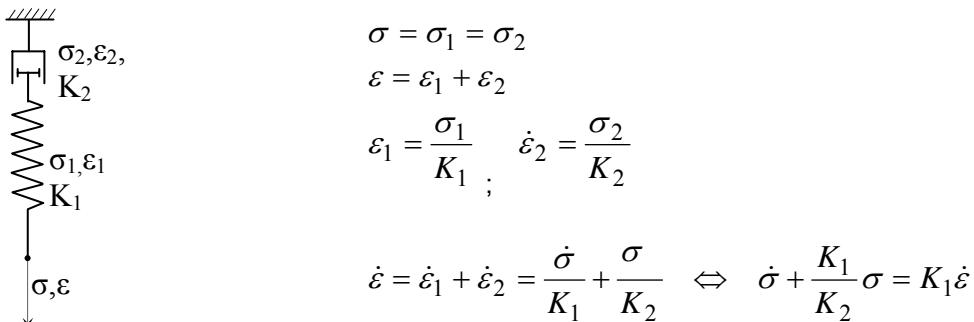
$$\mathcal{L}[\varepsilon(t)] = \tilde{\varepsilon}(p) = f_1(p) \cdot f_2(p)$$

\*  $\mathcal{L}^{-1} \left( \frac{1}{p+a} \right) = e^{-at}$

Conform teoremei convoluçãoiei:

$$\varepsilon(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau = \frac{1}{K_2} \int_0^t \sigma(\tau) e^{-\frac{K_1}{K_2}(t-\tau)} d\tau \quad (3.14)$$

Modelul MAXWELL (Fig. 3.6) – se obține prin legarea în serie a unui resort cu un amortizor. Ecuația de stare este imediată:



**Fig. 3.6**

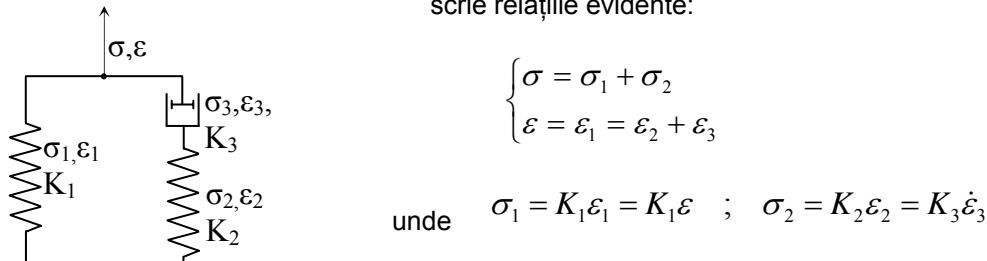
$$\sigma(t) = e^{-\frac{K_1 t}{K_2}} \cdot \sigma_0 + K_1 \int_0^t \dot{\varepsilon} \cdot e^{\frac{K_1 t}{K_2}} dt \quad (3.15)$$

$$f(t) = \frac{1}{K_1} \left( 1 + \frac{K_1}{K_2} t \right) ; \quad r(t) = K_1 e^{-\frac{K_1 t}{K_2}} \quad (3.16)$$

$$\tau_r = \frac{K_2}{K_1}$$

Raportul  $\tau_r = \frac{K_2}{K_1}$  se numește timp de relaxare.

Modelul ZENER (Fig. 3.7) – este format din legarea în paralel a unui corp Maxwell cu un resort. Se pot scrie relațiile evidente:



**Fig. 3.7**

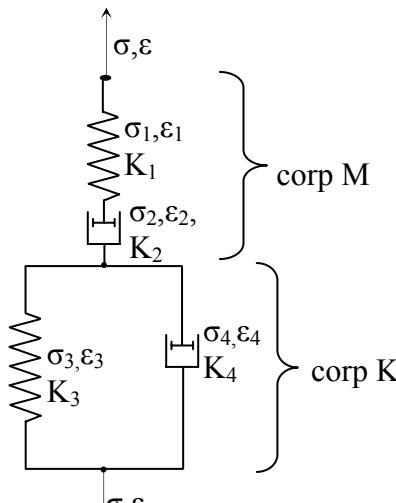
Pentru a găsi ecuația reologică a corpului trebuie să găsim o relație între tensiunile și deformațiile specifice ale întregului model și derivatele lor –  $f(\sigma, \varepsilon, \dot{\sigma}, \dot{\varepsilon})$ .

După calcule elementare găsim:

$$\left( \lambda + \frac{K_1}{K_2} \right) \dot{\varepsilon}(t) + \frac{K_1}{K_3} \varepsilon(t) = \frac{1}{K_2} \dot{\sigma}(t) + \frac{1}{K_3} \sigma(t) \quad (3.17)$$

Modelul BÜRGER (Fig. 3.8). – este alcătuit dintr-un model Maxwell legat în serie cu un model Kelvin.

Rezultă că tensiunea din cele două coruri este aceeași ( $\sigma$ ) în timp ce deformațiile vor difera. Vom nota cu  $\sigma_M$  și  $\varepsilon_M$  – tensiunea, respectiv deformația specifică în corpul Maxwell, și cu  $\sigma_K, \varepsilon_K$  tensiunea și deformația specifică în corpul Kelvin.



**Fig. 3.8**

$$\begin{cases} \sigma(t) = \sigma_M = \sigma_K \\ \varepsilon(t) = \varepsilon_M + \varepsilon_K \end{cases}$$

Înlocuind datele cunoscute anterior se obține ecuația de stare a corpului Bürger:

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{\dot{\sigma}(t)}{K_1} + \frac{\sigma(t)}{K_2} + \frac{d}{dt} \left[ e^{\frac{K_3}{K_4}t} \left( \varepsilon_0 + \frac{1}{K_4} \int_0^t \sigma(t) e^{\frac{K_3}{K_4}t} dt \right) \right] \quad (3.18)$$

Dacă vom considera că  $\sigma(t) = \sigma_0 = const \Rightarrow \dot{\sigma} = 0$  și integrăm în raport cu timpul obținând ecuația diagramei de fluaj:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0 t}{K_2} + \varepsilon_0 e^{-\frac{K_3}{K_4}t} + \frac{\sigma_0}{K_3} \left( 1 - e^{-\frac{K_3}{K_4}t} \right) \quad (3.19)$$

Modelul KELVIN-VOIGT generalizat (Fig. 3.9) – se compune dintr-un resort legat în serie cu n modele Kelvin. Fiind legate în serie rezultă că tensiunea totală este egală cu tensiunea din fiecare element, iar deformația totală este egală cu suma deformațiilor fiecărui element. În aceste condiții avem:

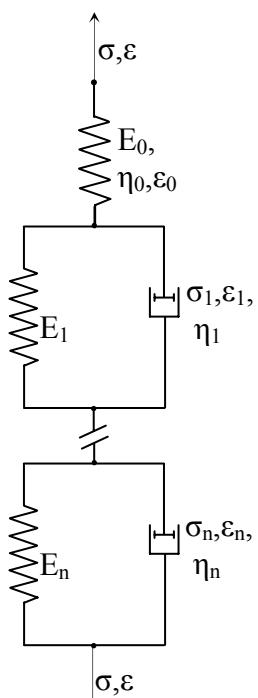
$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + \sum_{i=1}^n \varepsilon_i(t)$$

$$\sigma(t) = E_0 \varepsilon_0 + \left( E_i + \eta_i \frac{\partial}{\partial t} \right) \varepsilon_i(t)$$

În final

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[ \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \left( 1 - e^{-\frac{E_i}{\eta_i}t} \right) \right]$$

(3.20)



**Fig. 3.9**

Modelul MAXWELL generalizat (Fig. 3.10) – este alcătuit din  $n$  elemente Maxwell legate în paralel. În acest caz deformația totală a modelului este egală cu deformația fiecărui element iar tensiunea totală este egală cu suma tensiunilor în fiecare element.

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

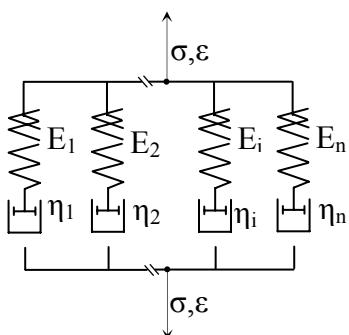
$$\sigma(t) = \sum_{i=1}^n \sigma_i$$

În final se obține:

$$\sigma(t) = \int_0^t \frac{\partial \varepsilon(\tau)}{\partial \tau} r(t - \tau) d\tau \quad (3.21)$$

Cu funcția de relaxare:

$$r(t) = \sum_{i=1}^n E_i e^{-\frac{E_i}{\eta_i} t} \quad (3.22)$$



**Fig. 3.10**

#### Cap.4 Rezolvarea problemei test nr.V pentru materiale vâscoelastice. Soluție proprie.

Revenim la problema test nr.V. Deoarece toate mărimile care intervin în studiu sunt acum funcții de timp, pentru a elimina dependența de acest parametru vom aplica transformata Laplace tuturor ecuațiilor care guvernează fenomenul, cunoscute din (T.E.). Această idee și această posibilitate se bazează pe principiul lui Volterra, sau principiul corespondenței, enunțat mai sus.

Evident că odată demonstrat și acceptat acest principiu au apărut numeroase lucrări bazate pe transformata Laplace și Fourier, cu atât mai mult cu cât diferența de la un caz la celălalt este dată în principal numai de ecuația constitutivă. Voi cita numai câteva dintre lucrările mai noi pe care le-am studiat efectiv. Ample detalii în acest sens se găsesc în excelenta monografie a lui W.KECS [K36], în care însă problema este tratată numai în distribuții. Tot dintre lucrările mai ample, de sinteză, citez monografia lui PARTON [P20], care are capitolul V dedicat numai problemei fisurilor în medii vâscoelastice și care rezolvă problemele pe baza unui principiu variațional integral. Dintre articole citez N.KAY /2002 [K32], lucrare pe care am primit-o de la unul dintre autori: E.MADENCI, care cu multă amabilitate a răspuns la solicitările mele de informare bibliografică, trimițându-mi zeci de articole

însumând câteva sute de pagini. Lucrarea folosește transformata lui Laplace și conduce problema până la rezolvarea numerică cu element de frontieră; C. ATKINSON/1990 [A41], folosește o dublă corespondență, transformata Laplace de timp și transformata subsecentă Mellin pe coordonata radială  $r$ ; KAMINSKI /1980 [K18] se ocupă cu creșterea subcritică a fisurilor în materiale vâscoelastice cu îmbătrânire; J.P. SHI [S23]/1997 studiază tot o fisură interfacială într-o placă finită bimaterială; F.J. LOCKETT [L41] /1969 se ocupă de relațiile constitutive în materiale vâscoelastice neliniare; G.A.C. GRAHAM /1973 [G30] se ocupă în mod esențial de principiul corespondenței în vâscoelasticitatea liniară.

În acest context informațional, precizez condițiile generale în care voi rezolva problema: mediul este liniar vâscoelastic în fiecare punct al său; nu apar deformații plastice pe marginile fisurii și nici chiar pe frontul fisurii; începerea creșterii rapide a fisurii (starea critică) apare la un anumit timp  $t^*$  după aplicarea sarcinii.

Vom nota transformatele Laplace de parametru  $p$  cu o „bară” ondulată deasupra (tilda).

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{lm}^{(k)}(r, \theta, p) &= \int_0^\infty \sigma_{lm}^{(k)}(r, \theta, t) e^{-pt} dt \\ \tilde{\varepsilon}_{lm}^{(k)}(r, \theta, p) &= \int_0^\infty \varepsilon_{lm}^{(k)}(r, \theta, t) e^{-pt} dt \\ \tilde{u}_{lm}^{(k)}(r, \theta, p) &= \int_0^\infty u_{lm}^{(k)}(r, \theta, t) e^{-pt} dt \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Vom utiliza următoarele definiții și notații:

- Transformata Laplace directă:

$$\tilde{f}(\mathbf{x}, p) = L\{f(\mathbf{x}, t); \quad t \rightarrow p\} = \int_0^\infty f(\mathbf{x}, t) e^{-pt} dt \quad (4.2)$$

- Transformata Laplace inversă:

$$f(\mathbf{x}, t) = L^{-1}\{\tilde{f}(\mathbf{x}, p); \quad p \rightarrow t\} \quad (4.3)$$

Ecuatiile diferențiale care descriu starea de tensiune și deformație locală în coordonate polare, precum și transformatele lor Laplace, în conformitate cu principiul lui Volterra, vor fi:

Ecuatiile de echilibru static

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{1}{r} (\sigma_r^{(k)} - \sigma_\theta^{(k)}) &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}^{(k)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta^{(k)}}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta}^{(k)} &= 0 \end{aligned} \right. \Rightarrow \left. \begin{aligned} \tilde{\sigma}_{rr,r}^{(k)} + \frac{1}{r} \tilde{\sigma}_{r\theta,\theta}^{(k)} + \frac{1}{r} (\tilde{\sigma}_{rr}^{(k)} - \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(k)}) &= 0 \\ \tilde{\sigma}_{r\theta,r}^{(k)} + \frac{1}{r} \tilde{\sigma}_{\theta\theta,\theta}^{(k)} + \frac{2}{r} \tilde{\sigma}_{r\theta}^{(k)} &= 0 \end{aligned} \right. \quad (4.4)$$

Ecuatia de continuitate (Lévy)

$$\nabla^2 I_{1\sigma} = 0 \Rightarrow \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) (\tilde{\sigma}_{rr}^{(k)} + \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(k)}) = 0 \quad (4.5)$$

În relațiile de mai sus, în spațiu imaginilor Laplace, am trecut la scrierea cu doi indici:

$$\sigma_r \rightarrow \sigma_{rr}; \quad \tau_{r\theta} \rightarrow \sigma_{r\theta} \text{ etc. și la folosirea virgulei în reprezentarea derivatei: } \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \sigma_{rr,r};$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} = \sigma_{r\theta,\theta} \text{ etc., datorită generalității acestei scrieri.}$$

Ecuării constitutive (legi de material)

Legile constitutive, adică acele relații care leagă între ele tensiunile cu deformațiile specifice cu ajutorul unor caracteristici de material, sunt cele care fac să se deosebească între ele solidele deformabile.

Legi constitutive foarte generale pentru materiale vâscoelastice găsim în monografia lui W. KECS [K36], ca de exemplu:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}, t) \psi_{ijkl}(\mathbf{r}, 0+) + \int_0^t \varepsilon_{kl}(\mathbf{r}, t - \tau) \frac{\tilde{\partial} \psi_{ijkl}(\mathbf{r}, t)}{\partial \tau} d\tau \quad (4.6)$$

unde  $\frac{\tilde{\partial}}{\partial \tau}$  reprezintă derivata în sens obișnuit.

Scrisă cu ajutorul produsului de conoluție în spațiu distribuțiilor în raport cu variabila t, vom avea:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_{kt}(\mathbf{r}, t) * \frac{\partial \psi_{ijkl}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (4.7)$$

sau sub formă echivalentă:

$$\varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, t) = \sigma_{kl}(\mathbf{r}, t) * \frac{\partial \varphi_{ijkl}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{kl}}{\partial t} * \varphi_{ijkl}(\mathbf{r}, t) \quad (4.8)$$

unde  $\varphi = (\varphi_{ijkl})$  reprezintă tensorul de fluaj având componentele sale distribuții din  $K'_+$ .

Pentru solide vâscoelastice omogene și izotrope se scrie o lege analoagă legii lui Hooke:

$$\sigma_{ij}(\mathbf{r}, t) = \lambda(\mathbf{r}, t) \delta_{ij} * \varepsilon(\mathbf{r}, t) + 2G(\mathbf{r}, t) * \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}, t) \quad (4.9)$$

a cărei transformată Laplace este:

$$\tilde{\sigma}_{ij}(\mathbf{r}, p) = \tilde{\lambda}(\mathbf{r}, p) \delta_{ij} \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, p) + 2\tilde{G}(\mathbf{r}, p) \tilde{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{r}, p) \quad (4.10)$$

sau alte forme echivalente:

$$\sigma_{ij}^d = 2G\varepsilon_{ij}^d \Rightarrow \tilde{\sigma}_{ij}^d(\mathbf{r}, p) = 2\tilde{G}(\mathbf{r}, p) \varepsilon_{ij}^d(\mathbf{r}, p) \quad (4.11)$$

$$\sigma = 3\varepsilon K \Rightarrow \tilde{\sigma}(\mathbf{r}, p) = 3\tilde{K}(\mathbf{r}, p) \tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}, p) \quad (4.12)$$

unde:

$$\sigma = \sigma_{kk} = I_{1\sigma}; \quad \varepsilon = \varepsilon_{kk} = \varepsilon_V = \theta$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^s + \sigma_{ij}^d \rightarrow \sigma_{ij}^s = \frac{\sigma}{3} \delta_{ij} \quad (4.13)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^s + \varepsilon_{ij}^d \rightarrow \varepsilon_{ij}^s = \frac{\varepsilon}{3} \delta_{ij}$$

$$K = \lambda + \frac{2}{3}G \Rightarrow \tilde{K}(\mathbf{r}, p) = \tilde{\lambda}(\mathbf{r}, p) + \frac{2}{3}\tilde{G}(\mathbf{r}, p)$$

N, KAY și a. [K32], dau următoarele forme:

$$\sigma_{lm}^{(k)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ K_k(t-\tau) \frac{\partial \varepsilon_{nn}^{(k)}(\tau)}{\partial \tau} \delta_{lm} + 2G_k(t-\tau) \left( \frac{\partial \varepsilon_{lm}^{(k)}(\tau)}{\partial \tau} - \frac{1}{2} \frac{\partial \varepsilon_{nn}^{(k)}(\tau)}{\partial \tau} \delta_{lm} \right) \right] d\tau \quad (4.14)$$

sau, transformata Laplace:

$$\tilde{\sigma}_{lm}^{(k)}(p) = p \tilde{K}_k(p) \tilde{\varepsilon}_{nn}^{(k)}(p) \delta_{lm} + 2p \tilde{G}_k(p) \left( \tilde{\varepsilon}_{lm}^{(k)}(p) - \frac{1}{2} \tilde{\varepsilon}_{nn}^{(k)}(p) \right) \quad (4.15)$$

unde:

$$\tilde{G}_k(p) = \int_0^{\infty} G_k(t) e^{-pt} dt$$

$$\tilde{K}_k(p) = \int_0^{\infty} K_k(t) e^{-pt} dt \Rightarrow \tilde{K}_k(p) = \frac{\tilde{G}_k(p)}{1 - 2\nu_k} \quad (4.16)$$

După G.A.C. GRAHAM [G30]:

$$s_{ij}(\mathbf{x}, t) = \left\{ G_1^* de_{ij} \right\}(\mathbf{x}, t) \quad (4.17)$$

$$\sigma_{kk}(\mathbf{x}, t) = \left\{ G_2^* d [\varepsilon_{kk} - 3\alpha T] \right\}(\mathbf{x}, t) \quad (4.18)$$

unde

$$e_{ij}(\mathbf{x}, t) = \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \varepsilon_{kk}(\mathbf{x}, t) \quad \text{- deviatorul stării de deformație} \quad (4.19)$$

$$s_{ij}(\mathbf{x}, t) = \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk}(\mathbf{x}, t) \quad \text{- deviatorul stării de tensiune} \quad (4.20)$$

G1, G2 – sunt niște funcții de timp  $0 \leq t \leq \infty$ , numite funcții de relaxare ale materialului la forfecare, respectiv la compresiune hidrostatică.

Rezolvarea problemei în continuare în domeniul imaginii Laplace se face utilizând descompunerea în serii cu variabile separabile, în forma:

$$\tilde{\sigma}_{lm}^{(k)}(r, \theta; p) = \sum_{n=0}^{\infty} r^{\lambda_n} \tilde{\phi}_{lm}^{(k)}(\theta; p, \lambda_n) \quad (4.21)$$

unde  $l, m = r, \theta$ ;  $k = 1, 2$ ;  $\lambda_0 = 0$ ;  $\lambda_n \neq 0$ ;  $n = 1, 2, \dots, N$ .

$$\tilde{u}_{\beta}^k(r, \theta; p) = \sum_{n=0}^{\infty} r^{\lambda_n+1} \tilde{U}_{\beta}^{(k)}(\theta; p, \lambda_n) \quad (4.22)$$

Aceste funcții trebuie să satisfacă ecuațiile de echilibru și compatibilitate și vor avea forma:

$$\tilde{\phi}_{rr}^{(k)}(\theta; p, \lambda_n) = \frac{2 - \lambda_n}{4} \left[ \tilde{A}_n^{(k)} \cos \lambda_n \theta + \tilde{B}_n^{(k)} \sin \lambda_n \theta \right] - \left[ \tilde{C}_n^{(k)} \cos(\lambda_n + 2)\theta + \tilde{D}_n^{(k)} \sin(\lambda_n + 2)\theta \right]$$

$$\tilde{\phi}_{\theta\theta}^{(k)}(\theta; p, \lambda_n) = \frac{2 + \lambda_n}{4} \left[ \tilde{A}_n^{(k)} \cos \lambda_n \theta + \tilde{B}_n^{(k)} \sin \lambda_n \theta \right] + \left[ \tilde{C}_n^{(k)} \cos(\lambda_n + 2)\theta + \tilde{D}_n^{(k)} \sin(\lambda_n + 2)\theta \right]$$

$$\tilde{\phi}_{r\theta}^{(k)}(\theta; p, \lambda_n) = \frac{\lambda_n}{4} \left[ \tilde{A}_n^{(k)} \sin \lambda_n \theta - \tilde{B}_n^{(k)} \cos \lambda_n \theta \right] - \left[ \tilde{C}_n^{(k)} \sin(\lambda_n + 2)\theta - \tilde{D}_n^{(k)} \cos(\lambda_n + 2)\theta \right]$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_r^{(k)}(\theta; p, \lambda_n) &= \frac{1}{\lambda_n + 1} \left\{ \frac{4(1 - \nu_k) - (2 + \lambda_n)}{8p\tilde{G}_k} \left[ \tilde{A}_n^{(k)} \cos \lambda_n \theta + \tilde{B}_n^{(k)} \sin \lambda_n \theta \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2p\tilde{G}_k} \left[ \tilde{C}_n^{(k)} \cos(\lambda_n + 2)\theta + \tilde{D}_n^{(k)} \sin(\lambda_n + 2)\theta \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{U}_\theta^{(k)}(\theta; p, \lambda_n) &= \frac{1}{\lambda_n + 1} \left\{ \frac{4(1 - \nu_k) + \lambda_n}{8p\tilde{G}_k} \left[ \tilde{A}_n^{(k)} \sin \lambda_n \theta - \tilde{B}_n^{(k)} \cos \lambda_n \theta \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2p\tilde{G}_k} \left[ \tilde{C}_n^{(k)} \sin(\lambda_n + 2)\theta - \tilde{D}_n^{(k)} \cos(\lambda_n + 2)\theta \right] \right\} \end{aligned}$$

Coefficienții necunoscuți din expresiile precedente se vor determina impunând condițiile la limită, care sunt evidente:

$$\text{pentru } \theta = \pm\pi \Rightarrow \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(k)} = 0 ; \tilde{\tau}_{r\theta}^{(k)} = 0$$

Acstea condiții exprimă faptul că cele două fețe ale fisurii sunt libere de sarcini:

$$\text{pentru } \theta = 0 \Rightarrow \tilde{\sigma}_\theta^{(1)} = \tilde{\sigma}_\theta^{(2)}; \quad \tilde{\tau}_{r\theta}^{(1)} = \tilde{\tau}_{r\theta}^{(2)}; \quad U_r^{(1)} = U_r^{(2)}; \quad U_\theta^{(1)} = U_\theta^{(2)}.$$

Acstea condiții exprimă faptul că îmbinarea dintre cele două materiale este perfectă și în zona joncțiunii se asigură continuitatea tensiunilor și deplasărilor.

Vom explicita aceste condiții:

$$\theta = +\pi, \quad (k = 1) \Rightarrow \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(1)} = 0$$

$$\frac{2 + \lambda_n}{4} \left[ \tilde{A}_n^1 \cos \lambda_n \pi + \tilde{B}_n^1 \sin \lambda_n \pi \right] + \left[ \tilde{C}_n^1 \cos(\lambda_n + 2)\pi + \tilde{D}_n^1 \sin(\lambda_n + 2)\pi \right] = 0$$

$$\theta = -\pi, \quad (k = 2) \Rightarrow \tilde{\sigma}_{\theta\theta}^{(2)} = 0$$

$$\frac{2 + \lambda_n}{4} \left[ \tilde{A}_n^2 \cos \lambda_n \pi - \tilde{B}_n^2 \sin \lambda_n \pi \right] + \left[ \tilde{C}_n^2 \cos(\lambda_n + 2)\pi - \tilde{D}_n^2 \sin(\lambda_n + 2)\pi \right] = 0$$

$$\theta = \pi, \quad (k=1) \Rightarrow \tilde{\tau}_{r\theta}^{(1)} = 0$$

$$\frac{\lambda_n}{4} \left[ \tilde{A}_n^1 \sin \lambda_n \pi - \tilde{B}_n^1 \cos \lambda_n \pi \right] + \left[ \tilde{C}_n^1 \sin(\lambda_n + 2)\pi - \tilde{D}_n^1 \cos(\lambda_n + 2)\pi \right] = 0$$

$$\theta = -\pi, \quad (k=2) \Rightarrow \tilde{\tau}_{r\theta}^{(2)} = 0$$

$$\frac{\lambda_n}{4} \left[ -\tilde{A}_n^2 \sin \lambda_n \pi - \tilde{B}_n^2 \cos \lambda_n \pi \right] + \left[ -\tilde{C}_n^2 \sin(\lambda_n + 2)\pi - \tilde{D}_n^2 \cos(\lambda_n + 2)\pi \right] = 0$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \tilde{\sigma}_{\theta}^{(1)} = \tilde{\sigma}_{\theta}^{(2)}$$

$$\frac{2 + \lambda_n}{4} \tilde{A}_n^1 + \tilde{C}_n^1 = \frac{2 + \lambda_n}{4} \tilde{A}_n^2 + \tilde{C}_n^2$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \tilde{\tau}_{r\theta}^{(1)} = \tilde{\tau}_{r\theta}^{(2)}$$

$$-\frac{\lambda_n}{4} \tilde{B}_n^1 - \tilde{D}_n^1 = -\frac{\lambda_n}{4} \tilde{B}_n^2 - \tilde{D}_n^2$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \tilde{U}_r^{(1)} = \tilde{U}_r^{(2)}$$

$$\frac{4(1-\nu_1)-(2+\lambda_n)}{8p\tilde{G}_1} \tilde{A}_n^1 - \frac{1}{2p\tilde{G}_1} \tilde{C}_n^1 = \frac{4(1-\nu_2)-(2+\lambda_n)}{8p\tilde{G}_2} \tilde{A}_n^2 - \frac{1}{2p\tilde{G}_2} \tilde{C}_n^2$$

$$\theta = 0 \Rightarrow \tilde{U}_{\theta}^{(1)} = \tilde{U}_{\theta}^{(2)}$$

$$\frac{4(1-\nu_1)+\lambda_n}{8p\tilde{G}_1} \tilde{B}_n^1 + \frac{1}{2p\tilde{G}_1} \tilde{D}_n^1 = \frac{4(1-\nu_2)-(2+\lambda_n)}{8p\tilde{G}_2} \tilde{B}_n^2 + \frac{1}{2p\tilde{G}_2} \tilde{D}_n^2$$

Se vede că dacă ordonăm relațiile obținute, obținem un sistem algebraic liniar și omogen. Se știe că pentru ca un astfel de sistem să admită o soluție diferită de soluția banală este necesar și suficient ca determinantul principal al sistemului să fie nul.

$$\begin{vmatrix} \frac{(2+\lambda_n)}{4} \cos \lambda_n \pi & \frac{(2+\lambda_n)}{4} \sin \lambda_n \pi & \cos(\lambda_n + 2)\pi & \sin(\lambda_n + 2)\pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(2+\lambda_n)}{4} \cos \lambda_n \pi & -\frac{(2+\lambda_n)}{4} \sin \lambda_n \pi & \cos(\lambda_n + 2)\pi & -\sin(\lambda_n + 2)\pi \\ \frac{\lambda_n}{4} \sin \lambda_n \pi & -\frac{\lambda_n}{4} \cos \lambda_n \pi & \sin(\lambda_n + 2)\pi & -\cos(\lambda_n + 2)\pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\lambda_n}{4} \sin \lambda_n \pi & -\frac{\lambda_n}{4} \cos \lambda_n \pi & -\sin(\lambda_n + 2)\pi & -\cos(\lambda_n + 2)\pi \\ \frac{2+\lambda_n}{4} & 0 & 1 & 0 & -\frac{2+\lambda_n}{4} & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{\lambda_n}{4} & 0 & -1 & 0 & \frac{\lambda_n}{4} & 0 & 1 \\ \frac{4(1-\nu_1)-(2+\lambda_n)}{8p\tilde{G}_1} & 0 & -\frac{1}{2p\tilde{G}_1} & 0 & -\frac{4(1-\nu_2)-(2+\lambda_n)}{8p\tilde{G}_2} & 0 & \frac{1}{2p\tilde{G}_2} & 0 \\ 0 & \frac{4(1-\nu_1)+\lambda_n}{8p\tilde{G}_1} & 0 & \frac{1}{2p\tilde{G}_1} & 0 & -\frac{4(1-\nu_2)+\lambda_n}{8p\tilde{G}_2} & 0 & -\frac{1}{2p\tilde{G}_2} \end{vmatrix} = 0$$

(2.4.7.23)

Pentru a ușura efortul de calcul și a micșora sursele de erori, vom face unele transformări neesențiale și vom nota:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= 2 - 4\nu_1; & \alpha_3 &= 4(1 - \nu_1) \\ \alpha_2 &= 2 - 4\nu_2; & \alpha_4 &= 4(1 - \nu_2)\end{aligned}; \quad K = \frac{\tilde{G}_1}{\tilde{G}_2}$$

$$\begin{aligned}\sin(\lambda_n + 2)\pi &= \sin(\lambda_n\pi + 2\pi) = \sin\lambda_n\pi \\ \cos(\lambda_n + 2)\pi &= \cos(\lambda_n\pi + 2\pi) = \cos\lambda_n\pi\end{aligned}$$

Cu aceste notări și transformări determinantul sistemului devine:

$$\left| \begin{array}{ccccccccc} (2 + \lambda_n)\cos\lambda_n\pi & (2 + \lambda_n)\sin\lambda_n\pi & 4\cos\lambda_n\pi & 4\sin\lambda_n\pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (2 + \lambda_n)\cos\lambda_n\pi & -(2 + \lambda_n)\sin\lambda_n\pi & 4\cos\lambda_n\pi & -4\sin\lambda_n\pi \\ \lambda_n\sin\lambda_n\pi & -\lambda_n\cos\lambda_n\pi & 4\sin\lambda_n\pi & -4\cos\lambda_n\pi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_n\sin\lambda_n\pi & \lambda_n\cos\lambda_n\pi & 4\sin\lambda_n\pi & 4\cos\lambda_n\pi \\ 2 + \lambda_n & 0 & 4 & 0 & -(2 + \lambda_n) & 0 & -4 & 0 \\ 0 & -\lambda_n & 0 & -4 & 0 & \lambda_n & 0 & 4 \\ \alpha_1 - \lambda_n & 0 & -4 & 0 & -(\alpha_2 - \lambda_n)K & 0 & 4K & 0 \\ 0 & \alpha_3 + \lambda_n & 0 & 4 & 0 & -(\alpha_4 + \lambda_n)K & 0 & -4K \end{array} \right| = 0$$

(2.4.4.24)

Prin dezvoltarea acestui determinant se obține o ecuație trigonometrică reprezentând ecuația caracteristică a problemei, ale cărei soluții sunt valorile proprii.

Utilizând un program matematic "Mathematica" obținem pentru ecuația caracteristică următoarea formă:

$$\begin{aligned}2048\alpha_3 \cos^2[\pi\lambda_n] \sin^2[\pi\lambda_n] + 1024\alpha_1\alpha_3 \cos^2[\pi\lambda_n] \cdot \sin^2[\pi\lambda_n] + 2048\alpha_3 K \cos^2[\pi\lambda_n] \sin^2[\pi\lambda_n] + \\ 1024\alpha_2\alpha_3 K \cos^2[\pi\lambda_n] \sin^2[\pi\lambda_n] + 2048\alpha_4 K \cos^2[\pi\lambda_n] \sin^2[\pi\lambda_n] + \\ + 1024\alpha_1\alpha_4 K \cos^2[\pi\lambda_n] \sin^2[\pi\lambda_n] + 2048\alpha_4 K^2 \cos^2[\pi\lambda_n] \sin^2[\pi\lambda_n] + \\ 1024\alpha_2\alpha_4 K^2 \cos^2[\pi\lambda_n] \sin^2[\pi\lambda_n] - 2048\alpha_1 \sin^4[\pi\lambda_n] + 1024\alpha_1\alpha_3 \sin^4[\pi\lambda_n] + \\ + 2048\alpha_1 K \sin^4[\pi\lambda_n] + 2048\alpha_2 K \sin^4[\pi\lambda_n] - 1024\alpha_2\alpha_3 K \sin^4[\pi\lambda_n] - 1024\alpha_1\alpha_4 K \sin^4[\pi\lambda_n] - \\ - 2048\alpha_2 K^2 \sin^4[\pi\lambda_n] + 1024\alpha_2\alpha_4 K^2 \sin^4[\pi\lambda_n] = 0\end{aligned}$$

Simplificând această ecuație obținem:

$$\begin{aligned}1024[\alpha_3 + \alpha_2 K + \alpha_3 K + \alpha_4 K - \alpha_2 K^2 + \alpha_4 K^2 + \alpha_2\alpha_4 K^2 + \alpha_1(\alpha_3 - 1 + K) + \\ (\alpha_1 + \alpha_3 - \alpha_1 K - \alpha_2 K + \alpha_3 K + \alpha_2\alpha_3 K + \alpha_4 K + \alpha_1\alpha_4 K + \alpha_2 K^2 + \alpha_4 K^2) \cdot \\ \cdot \cos(2\pi\lambda_n)] \cdot \sin^2(\pi\lambda_n) = 0\end{aligned}$$

soluțiile fiind:

$$\lambda_{n1} = \frac{1}{2\pi} \cdot \arccos \left[ \frac{\alpha_1 - \alpha_3 - \alpha_1\alpha_3 - \alpha_1 K - \alpha_2 K - \alpha_3 K - \alpha_4 K + \alpha_2 K^2 - \alpha_4 K^2 - \alpha_2\alpha_4 K^2}{\alpha_1 + \alpha_3 - \alpha_1 K - \alpha_2 K + \alpha_3 K + \alpha_2\alpha_3 K + \alpha_4 K + \alpha_1\alpha_4 K + \alpha_2 K^2 + \alpha_4 K^2} \right]$$

$$\lambda_{n2} = -\frac{1}{2\pi} \cdot \arccos \left[ \frac{\alpha_1 - \alpha_3 - \alpha_1\alpha_3 - \alpha_1K - \alpha_2K - \alpha_3K - \alpha_4K + \alpha_2K^2 - \alpha_4K^2 - \alpha_2\alpha_4K^2}{\alpha_1 + \alpha_3 - \alpha_1K - \alpha_2K + \alpha_3K + \alpha_2\alpha_3K + \alpha_4K + \alpha_1\alpha_4K + \alpha_2K^2 + \alpha_4K^2} \right]$$

Transformăm în continuare soluția:

$$\lambda_n = \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{A_1 + B_1K + C_1K^2}{A_2 + B_2K + C_2K^2} = \frac{1}{2\pi} \arccos \frac{A_1\tilde{G}_2^2 + B_1\tilde{G}_1\tilde{G}_2 + C_1\tilde{G}_1^2}{A_2\tilde{G}_2^2 + B_2\tilde{G}_1\tilde{G}_2 + C_2\tilde{G}_1^2}$$

unde:

$$A_1 = -2(5 - 12\nu_1 + 8\nu_1^2) ; A_2 = 6 - 8\nu_1$$

$$B_1 = -4(3 - 2\nu_1 - 2\nu_2) ; B_2 = 4$$

$$C_1 = -2(5 - 12\nu_2 + 8\nu_2^2) ; C_2 = 6 - 8\nu_2$$

Observăm că  $G_k^0, G_k^\infty$  și  $\tau_k$  sunt mărimi constante și cunoscute. Mai putem să notăm:

$$a_1 = G_1^\infty ; b_1 = G_1^0 - G_1^\infty ; c_1 = \frac{1}{\tau_1} ;$$

$$a_2 = G_2^\infty ; b_2 = G_2^0 - G_2^\infty ; c_2 = \frac{1}{\tau_2} ;$$

$$M_1 = A_1a_2^2 + B_1a_1a_2 + C_1a_1^2 ; N_1 = A_2a_2^2 + B_2a_1a_2 + C_2a_1^2$$

$$M_2 = C_1b_1^2 ; N_2 = C_2b_1^2$$

$$M_3 = A_1b_2^2 ; N_3 = A_2b_2^2$$

$$M_4 = B_1a_2b_1 + 2C_1a_1b_1 ; N_4 = B_2a_2b_1 + 2C_2a_1b_1$$

$$M_5 = 2A_1a_2b_2 + B_1a_1b_2 ; N_5 = 2A_2a_2b_2 + B_2a_1b_2$$

$$M_6 = B_1b_1b_2 ; N_6 = B_2b_1b_2$$

Astfel că:

$$\lambda_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \arccos \left[ \frac{\frac{M_1}{p^2} + \frac{M_2}{(p+C_1)^2} + \frac{M_3}{(p+C_2)^2} + \frac{M_4}{p(p+C_1)} + \frac{M_5}{p(p+C_2)} + \frac{M_6}{(p+C_1)(p+C_2)}}{\frac{N_1}{p^2} + \frac{N_2}{(p+C_1)^2} + \frac{N_3}{(p+C_2)^2} + \frac{N_4}{p(p+C_1)} + \frac{N_5}{p(p+C_2)} + \frac{N_6}{(p+C_1)(p+C_2)}} \right]$$

Se mai fac unele transformări, notații și se aduce soluția la forma raportului a două polinoame de gradul patru în p:

$$\cos 2\pi \lambda_n = \frac{K_4^{(1)} p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0}{K_4^{(2)} p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0}$$

unde am notat:

$$K_4^{(1)} = \sum_{i=1}^6 M_i \quad ; \quad K_2^{(1)} = K_2^{(2)} = K_2 = 3(c_1^2 + 3c_1c_2 + c_2^2)$$

$$K_4^{(2)} = \sum_{j=1}^6 N_j \quad ; \quad K_1^{(1)} = K_1^{(2)} = K_1 = 3c_1c_2(c_1 + c_2)$$

$$K_3^{(1)} = K_3^{(2)} = K_3 = 8(c_1 + c_2) \quad ; \quad K_0^{(1)} = K_0^{(2)} = K_0 = c_1^2 c_2^2$$

Folosim una din teoremele de dezvoltare care ne spune că dacă:

$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$  cu A și B polinoame, cu următoarele proprietăți:

$\text{gr}\{A\} < \text{gr}\{B\}$ ;

$B(p)$  are toate rădăcinile simple; fie acestea  $p_1, p_2, p_3, p_4$ ;  
atunci F este imaginea funcției f, de valori:

$$f(t) = \sum_{k=1}^4 \frac{A(p_k)}{B'(p_k)} e^{p_k t}$$

În cazul nostru:

$$F(p) = \frac{K_4^{(1)} p^4 + K_3 p^3 K_2 p^2 + K_1 p + K_0}{K_4^{(2)} p^4 + K_3 p^3 K_2 p^2 + K_1 p + K_0} = \frac{K_4^{(1)}}{K_4^{(2)}} + \frac{\alpha(K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0)}{K_4^{(2)} p^4 + K_3 p^3 K_2 p^2 + K_1 p + K_0}$$

$$\alpha = 1 - \frac{K_4^{(1)}}{K_4^{(2)}}$$

unde

Presupunem că (identificăm notațiile):

$$B(p) = K_4^{(2)} (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)(p - p_4)$$

$$B'(p) = K_4^{(2)} [(p - p_2)(p - p_3)(p - p_4) + (p - p_1)(p - p_3)(p - p_4) + (p - p_1)(p - p_2)(p - p_4) + (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)]$$

Atunci:

$$f(t) = \frac{K_4^{(1)}}{K_4^{(2)}} \delta(t) + \frac{\alpha(K_3 p_1^3 + K_2 p_1^2 + K_1 p_1 + K_0)}{K_4^{(2)} (p_1 - p_2)(p_1 - p_3)(p_1 - p_4)} e^{p_1 t} +$$

$$\frac{\alpha(K_3 p_2^3 + K_2 p_2^2 + K_1 p_2 + K_0)}{K_4^{(2)}(p_2 - p_1)(p_2 - p_3)(p_2 - p_4)} e^{p_2 t} + \frac{\alpha(K_3 p_3^3 + K_2 p_3^2 + K_1 p_3 + K_0)}{K_4^{(2)}(p_3 - p_1)(p_3 - p_2)(p_3 - p_4)} e^{p_3 t} + \\ \frac{\alpha(K_3 p_4^3 + K_2 p_4^2 + K_1 p_4 + K_0)}{K_4^{(2)}(p_4 - p_1)(p_4 - p_2)(p_4 - p_3)},$$

unde  $\delta(t)$  este funcția lui Dirac.

Evident că se mai pot comenta și celelalte cazuri care apar de obicei la descompunerea în fracții raționale cunoscute din literatură. Ele nu aduc însă elemente noi și nici nu contribuie la obținerea unei soluții finale; de aceea nu le-am mai prezentat.

### **Concluzii:**

Se observă că rezultatul obținut atât în planul imaginilor Laplace cât și în domeniul funcțiilor original are o formă deosebit de complicată, care nu mai poate fi dezvoltată sub aspect literal. Așa se explică faptul că în literatura cercetată se dău numai soluții numerice, utilizând formulări cu metoda colocației. De aceea și eu sugerez că rezolvarea finală a acestor tipuri de probleme se poate face numai cu o metodă numerică.

### **BIBLIOGRAFIE**

#### **A**

1. ABOVSKII P.N. (i.d.), *Cislenie metodî v teorii uprugosti teorii obolecek*, Izd. Krasnoiarskovo Univ., Krasnoiarsk, 1986
2. ABOVSKII P.N., ANDREEV P.N., DERUGA P.A., *Variationîe principî teorii uprugosti i teorii obolecek*, Moskva Nauka", 1978
3. ACZEL U., BOZAN C., *Dislocațiile și frecarea internă la metale*, Editura Facla, Timișoara, 1974
4. ACHENBACH J.D., *Brittle and ductile extension of a finite crack by a horizontally polarized shearwave*, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.947-966
5. ADDA-BEDIA M., ARIAS R., *Brittle fracture dynamics with arbitrary paths I. Kinking of a dynamic crack in general antiplane loading*
6. AFFIANA.B., PAUKŞTO U.M., *O metode konformnîh otobrajenii v yadaciah teorii uprugosti dlia lomanîh trešcin*, I.U.P. Nr.15, 1986, p. 7-12
7. AGAREV A.V., *Metod nacialinîh funcții dlia dvuhmernîh kraevîh zadaci teorii uprugosti*, Akad. Nauk Ukranskoi SSR, Kiev, 1963
8. AHMAD S., BANERJEE K.P., *Inelastic transient dynamic analysis of three-dimensional problems by BEM*, I.J.N.M.E. Vol. 29, 1990, p.371-390
9. AIT HOCINE N., NAIT ABDELAZIZ, G. MESMACQUE, *Experimental and Numerical Analysis on Single Specimen Methods of Determination of J in Rubber Materials*, I.J.F. 94: 321-338, 1998
10. ALĂMOREANU E., BUZDUGAN GH., ILIESCU M., MINCĂ I., SANDU M., *Îndrumător de calcul în ingineria mecanică*, Editura Tehnică, București, 1996
11. ALBLAS J.B., KUIPERS M., *The contact problem of a rigid cylinder rolling on a thin viscoelastic layer*, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.363-380
12. ALEKSANDROV A.Ia., KOSENIUK V.K., *Ob adnom tipe podkreplenia kontura otverstii v plastinkah*, P.M., Nr.10, T.15, 1979
13. ALEKSANDROV A.Ia., SOLOVIEV Iu.I., *Prostranstvenne zadaci teorii uprugosti-Primenie metodov teorii funkciî komplecsnogo peremennogo*, Moskva "Nauka", 1978
14. ALEKSANDROV V.M., *Asimptoticeskie metodî v smeščiannîh zadaciah teorii uprugosti dlia neklasiceskikh oblastei*, K.N./v.2, p.14-24
15. ALEKSANDROV V.M., SMETANIN V.I., *Ravnoesnaia trešcina v sloe maloi tolščinî*, P.M.M., Vol.4, 1965
16. ALEKSANDROV V.M., KOVALENKO E.V., *Metod ortogonalîh funkciî v smešannîh zadacic mehaniki splošnih sred*, P.M., Tom XIII, Nr.12, 1977
17. ALEKSEEV G.V., ŞALÂGHIN V.N., *Mehanizm razrušeniiia polimera soderjașcego makrodefectî*, P.M.Tom XIII, Nr.11, 1977
18. ALESHIN N.P., ALTPETER I., DOBMANN G., §.a., *NDT – Techniques for Life Time Assessment of*

Components In Service – An International Cooperative Approach, National Seminar of ISNT Chennai, 5 - 7.12.2002, www.nde2002.org

19. ALESSANDRINI G., MORASSI A., ROSSET E., Detecting an Inclusion in an Elastic Body by Boundary Measurements
20. ALEXANDROV S.E., GOLDSTEIN R.V., Distributions of Stress and Plastic Strain in Notched Tensile Bars, I.J.F. 91: 1-11, 1998
21. ALIABADI M.H., A new generation of boundary element methods in fracture mechanics, I.J.F. 86: 91-125, 1997
22. AMBARTUMIAN S.A., Roznomodulinaia teoriia uprugosti, Moskva "Nauka", 1982
23. AMESTOY M., LEBLOND J.B., Crack paths in plane situations – II. Detailed form of the expansion of the stress intensity factors, I.J.S.S., Vol.29, Nr.4, 1992, p.465-501
24. AMMONS A.B., MADHUKAR VABLE, Boundary element Analysis of cracks, I.J.S.S. Vol. 33, Nr.13, 1996
25. ANDERSON L.T., Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications, CRC Press, Inc. Boston, 1991
26. ANDREEV V.A., Kriterii prochnosti dlia zon kontsentračii naprijenii, Moskva, Masinostroenie, 1985
27. ANDRUET H.RAUL, Special 2-D and 3-D Geometrically Nonlinear Finite Elements for Analysis of Adhesively Bonded Joints. Dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute, 1998
28. ANNIGERI S.B., TSENG K., Boundary Element Methods in Engineering, Proceedings of the International Symposium on Boundary Element Methods: Advances in Solid and Fluid Mechanics, U.S.A., 1989
29. ANNIS CHARLES, Probabilistic Life Prediction Isn't as Easy as It Looks, ASTM STP-1450, p.1-13
30. ARATA J.J.M., NEEDLEMAN A., The effect of plasticity on dynamic crack growth across an interface, I.J.F. 9/1998, p.383-399
31. ARAVAS N., On the Numerical Integration of a Class of Pressure-Dependent Plasticity Models, I.J.N.M.E., Vol. 24, 1987, p.1395-1416
32. ARKULIS E.G., Sovmestnaia plasticheskaiia deformatiia raznih metallov, Izd. Metallurgia, Moskva, 1964
33. ARNOLD N. DOUGLAS, FALK S.RICHARD, A New Mixed Formulation for Elasticity, Math. Model.&Numer.Anal. 19, 1985
34. ARSENIIAN V.A., §.a., O rešenii integralnih uravnenii ploskoi teorii uprugosti metodom posledovatelnih pribljenii, M.T.T. Nr.1/1982, p.79-83
35. ARTHUR P.F., BLACKBURN W.S., Growth of a crack in antiplane strain in an elastic-plastic material, I.J.E.S. Vol. 8, 1970, p.747-752
36. ARTHUR P.F., BLACKBURN W.S., Anti-plane strain around two equal collinear cracks and a crack containing dislocations in a nonwork hardening elastic-plastic material loaded uniformly at infinity, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.975-988
37. ARUN ROY Y., R. NARASIMHAN, J-Dominance in Mixed Mode Ductile Fracture Specimens, I.J.F. 88, 1997, p.259-279
38. ATKINS G.A., Scaling Laws for Elastoplastic Fracture, I.J.F. 95, 1999, p.51-65
39. ATKINSON C., The interaction between a crack and an inclusion, I.J.E.S. Vol. 16, 1972, p.127-136
40. ATKINSON C., Some ribbon-like inclusion problems, I.J.E.S. Vol.11, 1973, p.243-266
41. ATKINSON C., BOURNE P.J., Stress singularities in angular sectors of viscoelastic media, I.J.E.S., Vol. 28, Nr.7, 1990, p. 615-630
42. ATKINSON C., LIST R.D., A moving crack problem in a viscoelastic solid, I.J.E.S. Vol. 10, 1972, p.309-322
43. ATUMI A., §.a., Reports of the Research Institute for Strength and Fracture of Materials, Tohoku University Sendai, Japan, Vol.15, Nr.2, 1980
44. AVRAM C., BOB C., FRIEDRICH R., STOIAN V., Structuri din beton armat. Metoda elementelor finite. Teoria echivalentei, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1984
45. AWAJI H., The Griffith Criterion for Mode II Fracture, I.J.F. 89, 1998, L3-L7
46. AWAJI H., KATO T., HONDA S., NISHIKAWA T., Criterion for combined mode I-II of brittle fracture J.C.S.J. 107, 1999, p. 918-924
47. AWAJI H., SATO S., Combined mode fracture toughness measurement by the disk test, J.E.M.T. Vol.100, April 1978, p.175-182
48. AWAJI H., KATO T., Criterion for combined mode I-II of brittle fracture, Materials Transactions, JIM, Vol. 40, Nr. 9, 1999, p. 972-979
49. AWAJI H., KATO T., Griffith criterion for mode II fracture of ceramics, Experimental Mechanics, Allison (ed.), 1998, Balkema, Rotterdam, Brookfield
50. AYATOLLAHI M.R., PAVIER M.J., SMITH D.J., Determination of T-Stress from Finite Element Analysis for Mode I and Mixed Mode I/II Loading, I.J.F. 91, 1998, p.283-298
51. AZHDARI ABBAS, SIA NEMAT-NASSER, Hoop stress intensity factor and crack-kinking in anisotropic brittle solids, I.J.S.S. Vol. 33, Nr.14, 1996

## B

1. BEBEŠKO A.V., Ob odnom asymptoticeskom metode pri renenii integralinikuravnenii teorii uprugosti i matematicenki fizichi, P.M.M., Tom.XXX, 1966, p.732-741
2. BAKHVALOV N., Methodes numeriques, Editura MIR, Moskva, 1976
3. BALANKIN A., §.a., Mechanics of Self-Affine Cracks in Carton, I.J.F. 90, 1998, L57-L62
4. BALARINI R., MULLEN L.R., HEUER H.A., The Effects of Heterogeneity and Anisotropy on the Size Effect in Cracked Polycrystalline films, I.J.F. 95, 1999, p.19-39
5. BALKEY K.R., FURCHI E.L., Probabilistic Fracture Mechanics Sensitivity Study for Plant Specific Evaluations of Reactor Vessel Pressurized Thermal Shock, ASME, PVP Vol.92, 1984, p.71-87
6. BANERJEE P.K., BUTTERFIELD R., Boundary Element Methods in Engineering Science, McGraw-Hill Book Company, London, 1981
7. BANICHUK N.V., §.a., Mesh refinement for shape optimization, „Structural Optimization“ 9, 1995, p.46-51
8. BAO WEIZHU, HAN HOUDE, HUANG ZHONGYI, Numerical simulations of fracture problems by coupling the FEM and the direct method of lines, Computer methods in applied mechanics and engineering, 190, 2001, p.4831-4846
9. BARENBLATT G.I., CEREPOV G.N., O hrupkikh trešcinah prodolinogo cdviga, P.M.M., Tom XXV, 1961
10. BARENBLATT G.I., CEREPOV G.N., O konečnosti naprijenii na kraju proizvolinoi trešcini, P.M.M., Tom 28, Nr.5, 1963
11. BARENBLATT G.I., CEREPOV G.N., O rasklinivaniu hrupkikh tel., P.M.M., Tom XXIV, 1960
12. BARENBLATT G.I., CEREPOV G.N., O ravnovesii i rasprostranenii trešcin i anizotropnoi srede, P.M.M., Tom 15, 1961
13. BARENBLATT G.I., CERNÍ G.G., O momentih sootnašeniiyah na pavernostnîh razrîva i dissipatiwnîh sredah, P.M.M., Tom XVII, 1963
14. BARENBLATT G.I., O nekotorîh obščih predstavleniiyah matematiskoi teorii hrupkogo razrušenii. P.M.M., Tom 28, 1964
15. BARENBLATT G.I., O ravnovesnîh trešcinah obrazuiušcihsia pri hrupkom razrušenii priamolineinîe trešcîn v ploskikh plastinah. P.M.M., Tom XXIII, 1959
16. BARENBLATT G.I., O ravnovesnîh trešcinah obrazuiušcihsia pri hrupkom razrušenii ustocivoisti izolirovannîh trešcin sviazi s energeticskimi teoriianii. P.M.M., Tom XXIII, 1959
17. BARENBLATT G.I., O ravnovesnîh trešcinah, obrazuiušcihsia pri hrupkom razrušenie obšcie predstavlenia i ghipotezî osesimetricinîe trešcîn. P.M.M., Tom XXIII, 1959
18. BARENBLATT G.I., §.a., O neustanovivšemsii rasprostranenii trešcîn, P.M.M., Tom XXVI, 1962
19. BARUT A., GUVEN I., MADENCI E., Analysis of singular stress fields at junctions of multiple dissimilar materials under mechanical and thermal loading
20. BASU S., NARASIMAN S., Finite element simulation of mode I dynamic, ductile fracture initiation, I.J.S.S., Vol.33, Nr.8, 1996
21. BATHE K.-J., WILSON L.E., Numerical methods in finite element analysis, (ed. limba rusă), Moskva, 1982
22. BATOZ J.L., DHATT G., Modélisation des structures par éléments finis, Hermes, Paris, 1990
23. BÉDA GY., Possible constitutive equations of a dinamically loaded continuum taking into account small deformations, Periodica Polytechnica, Budapest, 1989
24. BÉDA GY., Intrinsic variables of constitutive equation, Periodica Polytechnica, Budapest, 1989
25. BÉDA GY., Pon differential forms of the constitutive equations for elasto-plastic solids, Periodica Polytechnica, Budapest, 1989
26. BEJU I., SOÓS E., TEODORESCU P.P., Tehnici de calcul vectorial cu aplicații, Editura Teh., Buc., 1976
27. BEJU I., SOÓS E., TEODORESCU P.P., Tehnici de calcul tensional euclidian cu aplicații, Ed.Teh., Buc., 1977
28. BEJU I., SOÓS E., TEODORESCU P.P., Tehnici de calcul spinorial și tensorial neeuclidian cu aplicații, Ed.Teh., Buc., 1979
29. BELOKOPÍTOVA N.L., §.a., Sosredotocennaia sila ili zapiad v piezokeramiceskoi plastine s tresscinoi, I.U.P. Nr.15/1986, p.12-20
30. BEOM H.G., Y.Y. EARMME, Complex Variable Method for Problems of a Laminate Composed of Multiple Isotropic Layers, I.J.F. 92, 1998, p.305-324
31. BERBENTE C., MITRAN S., ZANCU S., Metode numerice, Editura Tehnică, București, 1997
32. BEREJNITKII L.T., §.a., Izghib anizotropnoi plastinî s trešcinoi, P.M., Tom XIV, Nr.11, 1978
33. BEREJNITKII T.L., DELIAVSKII V.M., PANASIUK V.V., Izghib tonkikh plastin s defectami tipa trešcîn, Kiev, "Naukova Dumka", 1979
34. BEREMS A.P., HOVEY P.W., Statistical Methods for Estimating Crack Detection Probabilities, ASTM, STP798, 1983, p.79-94

35. BEREZIN A.V., Deformirovanie defektnih materialov, M.T.T. Nr.6/1982, p.124-130
36. BESKOS E.D., Boundary Element Analysis of Plates and Shells, Springer Verlag, 1991
37. BESKOS E.D., Boundary Element Methods in Mechanics, Vol. 3 in Computational Methods in Mechanics, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1991
38. BESKOS E.D., Boundary element methods in dynamic analysis, A.M.R. Vol. 40, Nr.1, 1987
39. BEUTH J.L. Jr, Cracking of thin bonded films in residual tension, I.J.S.S. Vol. 29, Nr.13, 1992, p.1657-1675
40. BEZUHOV N.I., Teoria elasticității și plasticității, Editura Tehnică, București, 1957 (traducere din limba rusă)
41. BEZUHOV N.I., Primeri i zadaci po teorii uprugosti, plasticnosti i polzucesti, Izd. "Vișaia Școla", Moskva, 1965
42. BHARGAVA R.D., BHARGAVA R.R., Elastic circular inclusion in an infinite plane containing two cracks, I.J.E.S. Vol. 11, 1973, p.437-449
43. BIA C., ILLE V., SOARE M.V., Rezistența materialelor și teoria elasticității, Editura Didactică și Pedagogică, Buc., 1983
44. BIRGER I.A., MAVLIUTOV R.R., Soprotivlenie materialov, Moskva "Nauka", 1986
45. BIȚ CORNELIU, Propunere pentru o lege de propagare a fisurilor de oboseală în domeniul liniar elastic (LEFM), Buletinul ARMR Nr.5, 1998, p.13-18
46. BIȚENO B.K., GRAMMEL R., Tehniceskaia dinamika. Vol.I. Gasudarstvennoe izdatelstvo tehniko-teoreticeskoi literaturi, Leningrad-Moskva, 1950
47. BI-TRONG CHEN, C.T.HU, SANBOH LEE, Edge Dislocations Near a Cracked Sliding Interface, I.J.F. 91, 1998, p.131-147
48. BI-TRONG CHEN, C.T.HU, SANBOH LEE, Comparison of Elastic Interaction of a Dislocation and a Crack for Four Bonding Conditions of the Crack Plane, I.J.F. 91, 1998, p.149-164
49. BLANCO C., ş.a., Analysis of Sharp Angular Notches in Anisotropic Materials, I.J.F. 93, 1998, p.373-386
50. BLANCO C., ş.a., Kinked Cracks in Anisotropic Elastic Materials, I.J.F. 93, 1998, p.387-407
51. BLOOM J.M., Probabilistic Fracture Mechanics – A State of-the-Art Review, ASME, PVP Vol.92, 1984, p.1-19
52. BLOOM J.M., EKVAL J.C. (editors), Probabilistic Fracture Mechanics and Fatigue Methods: Applications for Structural Design and Maintenance, ASTM Special Technical Publication 798, ASTM STP-798
53. BLUMENAUER H., PUSCH G., Bruchmechanik. Grundlagen, Prüfmethoden, Anwendungsgebiete, VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1973
54. BLUMENFELD M., Introducere în metoda elementelor finite, Editura Tehnică, București, 1995
55. BOBET A., ş.a., Numerical modeling of fracture coalescence in a model rock material, I.J.F. 92, 1998, p.221-252
56. BOIARŞINOV S.V., Osnovî stroitelinoi mehaniki maşin, Moskva, "Maşinostroenie", 1973
57. BOLEANU L., DOBRE I., Aplicații ale mecanicii solidului deformabil în construcția de mașini, Ed. Facla, Timișoara, 1978
58. BOLEANU L., DOBRE I., Analiza propagării fisurilor de oboseală la șocuri repetate de încovoiere, ICEFIZ-81, Timișoara, secț. XI, p.27-29
59. BOLEANU L., DOBRE I., Die Wahrscheinlichkeitsberechnung des Massstabfaktors in der Untersuchung der statischen Festigkeitswerte von Stählen, Lucrările Sesiunii științifice jubiliare ale Școlii superioare tehnice din Brno – R.S.C., iunie 1975
60. BOLOTIN V.N., Nekatorae vaproisi teorii hrupkovo razrušeniiia, Rasciot na pocinosti, Vîpusk 8, Moskva, 1962
61. BONENBERGER R.J., DALLY J.W., On improvements in measuring crack-arrest toughness23, I.J.S.S., 1994, p.897-909
62. BONNET MARC, Équations intégrales et éléments de frontière en Mécanique des Solides: Theorie, mise en oeuvre, applications, Laboratoire de Mécanique des Solides, Ecole Polytechnique, Palaiseau, 1993
63. BONORA N., On the Effect of Triaxial State of Stress on Ductility Using Nonlinear CDM Model, I.J.F. 88, 1997, p.359-371
64. BORŞ C.I., Teoria elasticității corpurilor anizotrope, Editura Academiei R.S.R., București, 1970
65. BORODICH M.F., Fractals and Fractal Scaling in Fracture Mechanics, I.J.F. 95, 1999, p.239-259
66. BOSAKOV S.V., Rasciot zaglublennih ankernih plit konecinoi jestkosti, P.M., Tom XVI, nr.3, 1980
67. BOTHE K.-J., WILSON L.E., Numerical methods in finite element analysis, Moscova, 1982
68. BOWER A.F., Advanced Mechanics of Solids, Lecture Notes, Brown University, 1998
69. BOWER A.F., Introductory Mechanics of Solids, Lecture Notes, Brown University, 1998
70. BOWER A.F., Linear Elasticity, Lecture Notes, Fall 1997-98., Brown University
71. BRĂTIANU CONSTANTIN, Metode cu elemente finite în dinamica fluidelor, Ed. Academiei R.S.R., Buc., 1983

72. BREBBIA A.C., ORSAG A.S. (editori), Lecture Notes in Engineering, Nr. 62, Z.ZHAO, Shape Design Sensitivity Analysis and Optimisation using the Boundary Element Method, Springer Verlag, Berlin, 1991
73. BRELOT M., Éléments de la théorie classique du potentiel, Paris, 1962
74. BRUCKNER A., s.a., Scatter of Fracture Toughness in Plates of the Aluminium Alloy 7475-T 7351, ASME, PVP Vol. 92, 1984, p.113-133
75. BRUCKNER A.I., MUNZ D., Scatter of Fracture Toughness in the Brittle-Ductile Transition Region of a Ferritic Steel, ASME, PVP Vol. 92, 1984, p.105-113
76. BUCUR M.C., Metode numerice, Editura Facla, Timișoara, 1973
77. BUELL J., KAGIWADA H., KALABA R., Solution of a system of dual integral equations, I.J.E.S. Vol. 10, 1972, p.503-510
78. BUGAKOV I.I., Issledovanie prochnosti obrazcov s uglavimi vrezami, I.U.P. Nr.15/1986, p. 20-26
79. BUGAKOV I.I., Kvazihrukoe razrusenie obrazcov s vrezom v vide lunki, M.T.T. Nr.6/1982, p.177-180
80. BULANOV G.S., Rastijenie tolstoi plastin s inorodnim tilindriceskim vkluceniem, P.M., Tom XIII, Nr.8, 1977
81. BULLOCK G., SMITH E., Effects of grain size and temperature on flat fracture propagation and arrest in mild steel. – In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 286-300
82. BURCZYNSKI T., Stochastic Boundary Element Methods
83. BYSTRÖM J., HELSING J., MEIDELL A., Some computational aspects of iterated structures, Composites Part B. 32(6), 2001, p.485-490

## C

1. CARACOSTEA D. ANDREI (redactor), Manual pentru calculul construcțiilor, Editura Tehnică, București, 1959
2. CARSTENSEN C., DOLZMAN G., FUNKEN S.A., HELM D.S., Locking-free Adaptive Mixed Finite Element Method in Linear Elasticity, Comput. Methods Appl. Mech. Engineering, 190, 2000, p.1701-1718
3. CAZACU ANDREIAN, CABIRIA (coordonator), Analiza complexă. Aspecze clasice și moderne, Ed.Șt. și Encicl., Buc., 1988
4. CEGOB А.У., Введение в механику сплошной среды, Узг-бо "Физиашгиз", 1962
5. CERE PANOV G.I., Nekotorie zadaci teorii treščin v ghidrodinamiceskoi postanovke, P.M.M., Tom XXI, Nr.6, 1963
6. CERE PANOV G.N., O cvazihrupkom razrušenii, P.M.M., Tom XXXII, 1968
7. CERE PANOV G.N., O rasprostranenii treščin v splošnoi srede, P.M.M., Tom XXXI, 1967
8. CERE PANOV G.N., Obratnaia uprugo plasticeskaia zadacia v usloviiyah antiploskoi deformatii, P.M.M., Nr.4, 1967
9. CERE PANOV G.P., KOCiarov R.S., Razvitiye skoljeniya v polikristallicescom metalle i v treščinowatih skalinih porodah, P.P., Nr. 1, 1977, p.107-120
10. CERE PANOV G.P., Mehanika hrupkovo razrušenii, Izd. "Nauka", Moskva, 1974
11. CERE PANOV G.P., O razvitiyi treščin v sjatih telah, P.M.M., Tom XXX, 1966
12. CERE PANOV G.P., O razvitiyi polostoi v viazkih telah, P.M.M., Nr.3, 1969, p.544-547
13. CERE PANOV. G.P., Uprugo plasticeskaia zadacia v usloviiyah antiploskoi deformatii, P.M.M., Tom XXVI, 1962
14. CESARE A.M., SUES H.R., Profes Probabilistic Finite Element System – Bringing Probabilistic Mechanics to the Desktop, American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA 99-1607
15. CHAKRABARTI ALOKNATH, On some mixed boundary value problems of plane elasticity associated with a wedge, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.81-91
16. CHANG C., MEAR M.E., A boundary element method for two dimensional linear elastic fracture analysis, I.J.F. 74, 1995, p.219-251
17. CHANG P.T., Dynamic Finite Element Analysis of a Beam on Random Foundation, Composites and Structures, Vol. 48, Nr.4, 1993, p.583-589
18. CHAO K.C., SHEN H.M., Solutions of thermoelastic crack problems in bonded dissimilar media or half-plane medium, I.J.S.S. Vol. 32, Nr.24, 1995, p.3537-3554
19. CHATTERJEE S.N., PRASAD S.N., Series solution of the three-dimensional elasticity problem of a layer, I.J.E.S., Vol.10, 1972, p.813-839
20. CHATTERJEE S.N., PRASAD S.N., On the problem of two non-coplanar parallel cracks in a strip, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.353-368
21. CHATTERJEE S.N., PRASAD S.N., On Papkovich-Fadle solutions of crack problems relating to an elastic strip, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.1079-1101

22. CHAU K.T., WANG Y.B., Singularity analysis and boundary integral equation method for frictional crack problems in two dimensional elasticity, I.J.F. 90, 1998, p.251-274
23. CHAU K.T., WANG Y.B., Sanew boundary integral formulation for plane elastic bodies containing cracks and holes, I.J.S.S. 36, 1999, p.2041-2074
24. CHEN B., LARDNER J.T., Two-dimensional cracks at an angle to an interface, I.J.S.S., Vol. 30, Nr.13, 1993
25. CHEN C., FLECK N.A., LU T.J., The Mode I Crack Growth Resistance of Metallic Foams, J.M.P.S. 49, 2001, p.231-259
26. CHEN C., LU T.J., FLECK N.A., Effect of Inclusions and Holes on the Stiffness and Strength of Honeycomb, I.J.M.S. 43, 2001, p.487-504
27. CHEN D.H., NISITANI H., Body force method, I.J.F. 86, 1997, p.161-189
28. CHEN FENG, ş.a., An easy method for calculation of mode I stress intensity factor using isochromatic fringe patterns, I.J.F. 87, 1997, p.L51-L55
29. CHEN J.T., HONG H.K., Review of Dual Integral Representations with Emphasis on Hipersingularity and Divergent Series, Fifth International Colloquium on Numerical Analysis, Plovdiv, Bulgaria, 1996
30. CHEN T., The rotation of a rigid ellipsoidal inclusion embeded in an anisotropic piezoelectric medium, I.J.S.S. 30, Nr.15, 1993
31. CHEN WEN-HWA, SHEN CHIH-MING, A finite element alternating approach to the bending of thin plates containing mixed mode cracks, I.J.S.S., Vol. 30, Nr.16, 1993
32. CHEN YI-HENG, HASEBE N., Interaction between a mai- crack and a parallel micro-crack in an orthotropic plane elastic solid, I.J.S.S. Vol.31, Nr.14, 1994, p.1877-1890
33. CHEN YI-HENG, ZUO HONG, Investigation of macrocrack-microcrack interaction problems in anisotropic elastic solids. Part I: General solution to the problem and application of the J-integral, I.J.F. 91, 1998, p.61-82
34. CHEN Y.Z., Complex Potentials and Singular Integral Equation for Curve Crack Problem in Antiplane Elasticity, I.J.E.S. 38, 2000, p.565-574
35. CHEN Y.Z., Numerical solution of multiple crack problem by using hypersingular integral equation, I.J.F. 88: L9-L14,1997
36. CHENG Z.-Q., BATRA C.R., Exact Eshelby tensor for dynamic circular cylindrical inclusion, J.A.M. Vol.66, 1999, p.563-569
37. CHENGALVA M.K., KENNER V.H., POPELAR C.H., An evaluation of a free volume representation for viscoelastic properties, I.J.S.S., Vol.32, Nr.6/7, 1995, p.847-856
38. CHIORESCU GH., Matematici speciale. Culegere de aplicații în mecanică, Editura "Gh. Asachi", Iași, 1995
39. CHIRICĂ I., Elasticitate. Fundamente. Exemple. Aplicații, Editura Tehnică, București, 1997
40. CHIU W.C., ş.a., An Analysis in Chipping in Brittle Materials, I.J.F. 90, 1998, p.287-298
41. CHUNG T.J., Continuum Mechanics, Prentice-Hall International Inc., 1988
42. CHUNG-YUEN HUI, ş.a., Williams Meets von Karnak: Mode Coupling and Nonlinearity in the Fracture of Thin Plates, I.J.F. 93, 1998, p.409-429
43. CIARLET G.P., Mathematical Elasticity vol I: Three-Dimensional Elasticity, North-Holland C, 1988
44. CIOBANU GH., CONSTANTINESCU C., Fizica stării solide, Editura Tehnică, București, 1982
45. CIOCLOV D., Mecanica ruperii materialelor, Editura Academiei R.S.R., București, 1977
46. CIOCLOV D., Rezistență și fiabilitate la solicitări variabile, Editura Facla, Timișoara, 1975
47. CISILINO P.A., ALIABADI H.M., BEM implementation of the energy domain integral for the elastoplastic analysis of 3D fracture problems, I.J.F. 96, 1999, p.229-245
48. CIUCU G., CRAIU V., Introducere în teoria probabilităților și statistică matematică, Ed.Did.ș.i Ped., Buc., 1971
49. CIUCU G., TUDOR C., Probabilități și procese stocastice, Vol. I, II, Editura Academiei R.S.R., București, 1979
50. CIUDNOVSKII I.A., O razrușenii makrotel, "Issledovaniia po uprugosti i plasticinosti", Sbornik 9, 1973
51. CIZELJ L., MAVKO B., RIESCH-OPPERMAN H., Application of first and second order reliability methods in the safety assessment of cracked steam generator tubing, Nuclear Engineering and Design, 147, 2002
52. CLOUSTON P.L., LAM F., Computational Modeling of Strand-Based Wood Composites, Journal of Engineering Mechanics, Vol.127, Nr.8, August 2001
53. COLOJOARĂ I., Elemente de teorie spectrală, Editura Academiei R.S.R., București, 1968
54. CONGLETON J., DENTON B.K., Measurement of fast crack growth in metals and nonmetals. – In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 336-358
55. COOK F.R., SUO Z., Mechanisms Active during Fracture under Constraint, MRS Bulletin, January 2002
56. COOK T.S., ERDOGAN F., Stresses in bonded materials with a crack perpendicular to the interface, I.J.E.S., Vol. 10, 1972, p.677-697

57. CONSTANTINESCU I.N., TACU T., Calcule de rezistență pentru utilaje tehnologice, Editura Tehnică, București, 1979
58. CONSTANTINESCU I.N., DĂNET V.G., Metode noi pentru calcule de rezistență, Editura Tehnică, București, 1989
59. CONSTANTINESCU M.D., Criterii de inițiere la propagarea bidimensională a fisurii în moduri mixte, Buletinul ARMR Nr.13, 2002, p.8-21
60. CONSTANTINESCU M.D., Soluții analitice fundamentale utilizate în mecanica ruperii liniar elastice, Buletinul ARMR Nr.5, 1998, p.2-7
61. CORTÉS R., The growth of microvoids under intense dynamic loading, I.J.S.S., Vol. 29, Nr.11, 1992
62. CORTÉS R., Dynamic growth of microvoids under combined hydrostatic and deviatoric stresses, I.J.S.S., Vol. 29, Nr.13, 1992
63. CORTÉS R., The growth of microvoids under intense dynamic loading, I.J.S.S., Vol. 29, Nr.11, 1992
64. COSTANZO FRANCESCO, WALTON R.J., Numerical Simulations of a Dynamically Propagating Crack With a Nonlinear Cohesive Zone, I.J.F. 91, 1998, p.373-389
65. COSTIN L.S., DUFFY J., FREUND L.B., Fracture initiation in metals under stress wave loading conditions. – In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 301-318
66. COSTINESCU OLGA, Elemente de topologie generală, Editura Tehnică, Buc., 1969
67. COTTERELL B., On the Nature of Moving Cracks, J.A.M., March, 1964
68. COURBON J., Rezistance des matériaux, Vol. I, II, Dunod, Paris, 1964-1965
69. COWAN A., KIRBY N., The Application of C.O.D. Measurements to Large Scale Test Behaviour, In: "Proceedings of the Symposium on Fracture Concepts for Weldable Structural Steel", Risley, Apr.1969, Edit.: M.O. DOBSON
70. CRĂCIUN E.M., SOÓS E., Interaction of Two Unequal Cracks in a Prestressed Fiber Reinforced Composite, I.J.F. 94, 1998, p.137-159
71. CRAIU M., ROȘCULEȚ N.M., Ecuatii diferențiale, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1971
72. CRAIU V., Verificarea ipotezelor statistice, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1973
73. CRAIU V., ENACHE R., BÂSCĂ O., Teste de concordanță cu programe în FORTRAN, Ed. Științ. și Enciclopedică, Buc., 1986
74. CREANGĂ I., LUCHIAN T., Introducere în calculul tensorial, Editura Didactică și Pedagogică, Buc., 1963
75. CRISTESCU N., Dynamic Plasticity, North Holland Publ. Co., Amsterdam, 1967
76. CRISTESCU N., Probleme dinamice în teoria plasticității, Editura Tehnică, București, 1958
77. CRISTESCU N., SULICIU I., Viscoplasticitate, Editura Tehnică, București, 1976
78. CRISTESCU R., Spații liniare ordonate, Editura Academiei R.S.R., București, 1959
79. CRISTESCU R., Analiză funcțională, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1965
80. CRISTESCU R., Elemente de analiză funcțională și introducere în teoria distribuțiilor, Ed. Tehn. București, 1966
81. CROSLEY P.B., RIPLING E.J., Characteristics of a run-arrest segment of crack extension. – In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 203-227
82. CROSLEY P.B., RIPLING E.J., Towards development of a standard test for measuring  $K_{Ic}$ . – In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 372-391
83. CRUSE A.T., Numerical Solutions in three Dimensional Elastostatics, I.J.S.S., Vol.5, 1969, p.1259-1274
84. CUCULESCU I., Analiza numerică, Editura Tehnică, București, 1967

## D

- DAI-HENG CHEN, Plane Elastic Problem of a Crack Normal to and Terminating at Bimaterial Interface of Isotropic and Orthotropic Half Plates, I.J.F. 88, 1997, p.393-406
- DALI I. M., O forme poteri ustoicivosti rastianustoi priamongolinoi plastinâ s trescinoi, P.M., Tom XVII.Nr.7, 1981
- DANGLA P., Éléments finis, équations intégrales en élastodynamique et interaction sol-structure, Laboratoire central des ponts et chaussées, Rapports des laboratoires MA-4, 1990
- DAS RANJAN BIKAS, A note on thermal stresses in a long circular cylinder containing a penny-shaped crack, I.J.E.S., Vol.7, 1969, p.667-676
- DAS S., PATRA B., DEBNATH L., Stress Intensity Factors for Two Coplanar Griffith Cracks in an Orthotropic Layer Sandwitched between Two Identical Orthotropic Half Planes, I.J.E.S. 38, 2000, p.121-133
- DAUTRAY R., LIONS J.-L., Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology, Vol.4: Integral Equations and Numerical Methods, Springer Verlag, Berlin, 1990
- DAUX C., MOES N., SUKUMAR N., BELYTSCHKO T., Arbitrary branched and intersecting crack with the extended finite element method, I.J.N.M.E., 48, 2000, p.1741-1760

8. DEMIR ISMAIL, H.M.ZBIB, M. KHALEEL, Microscopic Analysis of Crack Propagation in the Case of Multiple Cracks, Inclusions and Voids, School of Mechanical and Materials Engineering, Washington State University, CMM Report 2001-10
9. DENG X., Plane strain near-tip fields for elastic plastic interface cracks, I.J.S.S. Vol.32, Nr.12, 1995, p.1727-1741
10. DENG X., Plane Stress Crack Tip Field Around a Rapidly Growing Ductile/ Rigid Interface Crack, I.J.F. 90, 1998, p. 325-340
11. DIETER E.G., Metalurgie mecanică, (traducere din limba engleză), Editura Tehnică, Bucureşti, 1970
12. DIMILLO M., OSTOJA-STARZEWSKI M., Paper Strength: Statistics and correlation structure, I.J.F., 90, 1998, L33-L38
13. DIMO P., Programarea în Fortran, Ed did. Şi ped. Buc., 1971
14. DINCA G., Metode variaționale și aplicații, Editura Tehnică, Bucureşti, 1980
15. DINCA G., Operatori monotoni în teoria plasticității, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1972
16. DİŞELİ M.Ş., Ob ustoicivosti tonkoi rastianutoi plastinî s treșcinoi, P.M., Tom XIV, Nr.11, 1978
17. DİŞELİ M.Ş., Razrušenie plastin s trecinami pri rastajenii posle poteri ustoicivosti, P.M., Tom XVII, Nr.4, 1981
18. DLUGACI M.I., ş.a., Teoreticeskoie i experimentalnoe issledovanie napriajenno-deformirovannovo sostoianiia rebristih oboloeck s bolisimi priamougolinimi otverstiiiani, Institut mehaniki, AN USSR, Kiev, 1976
19. DOBRE I., Curs de rezistență materialelor, Litografia I.P. Timișoara, Vol.I (1978) : Solicitări fundamentale. Probleme clasice, Vol.II (1980) : Bazele mecanicii solidului deformabil, Vol.III (1981) : Chestiuni speciale
20. DOBRE I., Untersuchungen über die Dauerhaltbarkeit von dünnwandigen geschweissten Rohren aus Weichstahl, Lucrările Sesiunii științifice jubiliare ale Școlii superioare tehnice din Brno – R.S.C., iunie 1975
21. DOBRE I., Caracteristici statistice ale răspunsurilor sistemelor oscilante la excitații aleatoare, Conferința internațională "Vibrății în construcția de mașini", Timișoara, 1975, Vol.II, p.147-156
22. DOBRE I., New elements concerning the response of oscillatory systems subjected to random excitations in the correlation theory, Bul. Șt. și Tehnic al I.P.T., Timișoara, Seria Matematică-Mecanică, Tom 22(36), fasc.1, 1977, p.63-65
23. DOBRE I., Les calcul des contraintes et des déplacements au pic d'une fissure dans un milieu anisotrope, Lucrările Simpozionului jubiliar: "70 de ani de la înființarea Laboratorului de Rezistență materialelor", oct.1993, p.99-106
24. DOBRE I., CHELU P., Digital analysis of stress and strain state in a steel strip forced to traction and having two cracks, 10th Congress on Material Testing, Budapest, 1991, p.325-334
25. DOBRE I., DOBRE S., Wahrscheinlichkeitsanalyse betreffend die Überschreitungen der Bezugsniveaus bei aleatorischen Beanspruchungen, Lucrările Sesiunii științifice jubiliare ale Școlii superioare tehnice din Brno – R.S.C., iunie 1975
26. DOBRE I., MOTICA A., Rezistență materialelor. Elasticitate. Plasticitate, Vol. I: Solicitări fundamentale, Editura de Vest, Timișoara, 1997
27. DOBRE I., MOTICA A., Rezultate noi privind vibrățiile aleatoare ale unui sistem elastic liniar, Proceedings of the Scientific Communications Meeting of "Aurel Vlaicu" University, Third Edition, Arad, Mai 1996, Vol.5, partea exp., p.163-169
28. DOBRE I., MOTIŞAN M., TRIPA P., Analiza stării de tensiune dintr-o platbandă cu fisuri, Lucrările sesiunii jubiliare de comunicări științifice, Inst. Politehnic Iași, 1988, Vol.IX, p.41-45
29. DOBRE I., MOTIŞAN M., TRIPA P., Researches on stress variation in a steel strip strained to traction and having two parallel cracks, A VI-a Conferință de "Vibrății mecanice", Timișoara, 1988, p.239-244
30. DOBRE I., MUNTEANC., Fisură la interfața dintre două materiale diferite. Soluția în tensiuni, Bul. Asociației Române de Mecanica Ruperii (în curs de publicare)
31. DOBRE I., MUNTEAN C., NEGRU R., Semispațiul din două materiale diferite, liniar vâscoelastice, cu fisură marginală în zona joncțiunii, A XXVII-a Conf. naț. de Mecanica Solidelor, 2003, Bul. Șt. al Univ. din Pitești (în curs de publicare)
32. DOBRE I., POPESCU D., The Study of the Stress Concentration About the Fatigue Behavior of a Unidirectional Laminate Composite, 5-th International Conference on Boundary and Finite Element, ELFIN 5, Univ. din Oradea, mai 2000, p.171-177
33. DODESCU GH., Metode numerice în algebră, Editura Tehnică, Bucureşti, 1979
34. DOLBY R.E., EGAN G.R., DAWES M.G., SAUNDERS G.G., ARCHER G.L., Brittle Fracture Initiation in Welded Low Strength Steels, In: "Proceedings of the Symposium on Fracture Concepts for Weldable Structural Steel", Risley, April 1969, Editor: M.O. DOBSON
35. DRĂGANU M., Introducere matematică în fizica teoretică modernă, Vol.I,II, Editura Tehnică, Bucureşti,

1958

36. DRAGOŞ L., Prinzipiile mecanicii analitice, Editura Tehnică, Bucureşti, 1976
37. DRAGOŞ L., Prinzipiile mecanicii mediilor continue, Editura Tehnică, Bucureşti, 1983
38. DUDNIKOV A.V., Očenka veličin razrušujuščei nagruzki v neomentnoi zadace Griffith, I.U.P. Nr.15/1986,p.29-32
39. DUFFY S.F., BAKER E.H., Weibull Parameter Estimation. Theory and Background – Information, Connecticut Reserve Technologies, LLC, Cleaveland Ohio 44114
40. DUGDALE S.D., Determinarea teoretică a deplasării la deschiderea vârfului fisurii, Buletinul ARMR Nr.6, 1998, p.4-10
41. DUMITRU I., MARŞAVINA L., Introducere în mecanica ruperii, Editura Mirton, Timișoara, 2001

## E

1. EHRLICH ROBERT, Monte Carlo Evaluation of definite integrals, Project PHYSNET \*Physics Bldg\* Michigan State Univ.
2. EKLÖF MATIAS, Exercises on Numerical and Monte Carlo integration, Course in Computer intensive methods in Econometrics, Uppsala University, Fall 2001
3. EPIFANOV V.P., FAUSTOV M.A., Izmenenie effektivnogo secenii treščin pri deformirovani lida, M.T.T. Nr.6/1982,p.171-186
4. ERDOGAN F., ARIN K., Penny-shaped interface crack between an elastic layer and a half space, I.J.E.S. Vol.10, 1972,p.115-125
5. ERDOGAN F., BIRICIKOGLU V., Two bonded half planes with a crack going through the interface, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.745-766
6. ERIKSSON K., On the Point-Wise J-Value of Axisymmetric Plane Cracks, I.J.F. 91, L31-L36, 1998
7. ERIKSSON K. , The crack extension force of a curved crack derived from the principle of virtual work, I.J.F. 102, 2000, p. 15-20,
8. ERIKSSON K., LORENTZON M., A path independent integral for the crack extension force of the circular arc crack, E.F.M. 66, 2000, p.423-439.
9. ERIKSSON K., A domain independent integral expression for the crack extension force of a curved crack in three dimensions, J.M.P.S. 50, 2002, p. 381-403.
10. ERIKSSON K., A general expression for an area integral of a point-wise J for a curved crack front, I.J.F. 106, 2000, p. 65-80.
11. ERIKSSON K., Energy release rates for the penny-shaped crack in a linear piezoelectric solid
12. ERJANOV J.S., KARIMBAEV T.D., BAITELIEV T.B., Dvuhmernye voln napriajenii v odnorodnyh i strukturno neodnorodnyh sredah, Izd. "Nauka" Kazanskoi SSR, ALMA-ATA, 1933
13. ERJANOV J.S., TUSUPOV T.M., K rešeniu dvoikoperiodiceskoi teorii uprugosti, K.N./v.2, p. 59-66
14. ERMAKOV M.S., Metoda Monte Carlo și probleme înrudite, (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, Bucureşti, 1976
15. EROFEV V.I., IABLONKO V. IA., Vlianie jeknosti ispatatelinoi mašin na kinetiku malotiklovoi treščin, P.P., Nr.1, 1977
16. ERŞON L.V., IVLEV D.D., Ob usloviiyah cvazihrupkogo razrušeniiia, P.M.M. 3,1967

## F

1. FABRIKANT I.V., Complete solution to the problem of an transversely isotropic body subjected to arbitrary shear loading, I.J.S.S., Vol. 33, Nr.2, 1996
2. FABRIKANT I.V., External circular crack under concentrated antisymmetric loading, I.J.S.S., Vol. 27, Nr.3, 1991, p.343-354
3. FAUR N., Elemente finite. Fundamente, Editura Politehnica, Timișoara, 2002
4. FAUR N., MUNTEAN C., NEGRU R., Verificarea unui program de element de frontieră pe câteva probleme test clasice, Simp. Internaț. ELFIN 6, organizat de SIAC, 2003
5. FEDELICH B., A stochastic theory for the problem of multiple surface crack coalescence, I.J.F. 91,1998, p.23-45
6. FENG J., Statistical Assessment of Fatigue Life for TF Coil Case, Plasma Science and Fusion Center / RR-98-6, 1998
7. FETT T., Mode II Weight Function for Circular Disks with Internal Radial Crack and Application to the Brazilian Disk Test, I.J.F. 89, 1998, L9-L13
8. FETT T., MUNZ D., Comments on "SIF Expressions for Center Cracked Strip Loaded by Uniformly ...", I.J.F. 89, 1998,L15-L18
9. FETZER J., KURZ S., LEHNER G., Comparison of analytical and numerical integration techniques for the boundary integrals in the BEM-FEM coupling considering TEAM workshop problem no.13, IEEE T.M. Vol.33, Nr.2, March 1997, p.1227-1230

10. FICHERA G., Existence Theorems in Elasticity, Springer Verlag, Berlin, 1972
11. FICHTHORN A. KRISTEN, Theoretical foundations of dynamical Monte Carlo simulations, J. Chem. Phys. 95 (2) July 1991, p.1090-1096
12. FIHTENHOLT G.M., Curs de calcul diferențial și integral, Vol. I,II,III, (trad. Din lb. Rusă), Ed. Teh., Buc., 1965
13. FILICIAKOVA V.P., Konformnie otobrjeniia oblastei spețialinogo tipa, Izd. "Naukova Dumka", Kiev, 1972
14. FILIMON I., SOARE M.V., Ecuații diferențiale cu aplicații în mecanica construcțiilor, Editura Tehn., Buc., 1983
15. FILIN A.P., Prikladnaia mehanika tviordovo deformiruemovo tela, Tom I, II, III, Izd. "Nauka", Moskva, 1975
16. FILIPESCU D., TRANDAFIR R., ZORILESCU D., Probabilități geometrice și aplicații, Editura Dacia, Cuj-Napoca, 1981
17. FILIPOV A.P., KOHMANIUK S.S., JANUTIN E.G., Deformirovanie elementov konstrukții pod deistviem udarnih i impulsivnih nagruzok, Kiev, "Naukova Dumka", 1978
18. FILONEENKO-BORODICI M.M., Teoria elasticității, (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, Buc., 1952
19. FINLAYSON F.E., Stress Intensity Factor Distributions in Bimaterial Systems – A Three-Dimensional Photoelastic Investigation, Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute
20. FLETCHER J.A.C., Computational Galerkin Methods, Springer Verlag, 1984
21. FORRAY M.J., Calculul variational în știință și tehnică, (trad. Din limba engleză), Editura Tehnică, Buc., 1975
22. FREIJ-AYOUB R., DYSKINA.V., GALYBIN N., The dislocation approximation for calculating crack interaction, I.J.F. 86, L57-L62, 1997
23. FRENCIKO S.I., TKACI L.M., Antiplaskaia deformația tela s tonkim dugoobraznim vkluzeniem, F.M.P.D.S. 1978, p.81-84
24. FRIEDMAN A., Variationnîe prințipî i zadaci so svobodnîmi granițami, (Perevod s anglickovo), Moskva "Nauka", 1990
25. FRYBAL L., §.a., Stochastic finite elements for beam on a random foundation with uncertain damping under a moving force, J.S.V., 1993, 163 (1), p.31-45
26. FUH-KUO CHEN, YI-CHE LEE, Plastic Deformation and Finite Element Analysis of Perforated Sheet with Circular Holes, ECCOMAS, Barcelona, Sept. 2000
27. FU W.S., KEER L.M., Coplanar circular cracks under shear loading, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.361-372

## G

1. GAFIȚEANU M., POTERAȘU F.V., MIHALACHE N., Elemente finite și de frontieră cu aplicații la calculul organelor de mașini, Editura Tehnică, București, 1987
2. GALIN L.A.(redactor), Razvitie teorii kontaktnih zadaci v S.S.S.R., Izd "Nauka", Moskva, 1976
3. GALLAGHER H.R., Finite Element Analysis. Fundamentals, Prentice-Hall, 1975
4. GAO C.Y., BUI D.H., Damage field near a stationary crack tip. I.J.S.S., Vol.32, Nr.14, 1995, p1979-1995
5. GAO X., RUGGIERI C., DODDS H.R., Calibration of Weibull stress parameters using fracture toughness data, I.J.F. 92, 1998, p175-200
6. GÂRBEA DAN, Analiză cu elemente finite, Editura Tehnică, București, 1990
7. GAŞPAR D., SUCIU N., Analiză matematică. Introducere în analiza complexă, Editura Univ. din Timișoara, 1989
8. GATES R.S., Some Aspects of Elastic-Plastic Probabilistic Fracture Mechanics, ASME, PVP Vol. 92, 1984, p.177-197
9. GATEWOOD B.E., Thermal Stresses With Applications to Airplanes, Missiles, Turbines and Nuclear Reactors, New York, 1957
10. GELFAND I.M., VILENKIN N.I., Funcții generalizate. Aplicații ale analizei armonice (traducere din limba rusă), Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1985
11. GERTRIKEN S.D., §.a., Fiziceskie osnovi procinosti i plasticinosti metallov, Metalurghizdat, Moskva, 1963
12. GERU N., Teoria structurală a proprietăților metalelor, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980
13. GHELFOND A.O., Calculul cu diferențe finite (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, București, 1956
14. GHİHMAN I.J., SKUROHOD A.V., Teoria sluciaiñih protessov, Tom I, II, III, Izd. "Nauka", Moskva, 1975
15. GHİKA A., Analiza funcțională, Editura Academiei R.S.R., București, 1967
16. GHITA E., MARȘAVINA L., Fotoelasticimetría. Metodă modernă în analiza experimentală a tensiunilor, Editura "Eurostampa", Timișoara, 2002

17. GLADWELL L.M.G., On contact problems for a medium with rigid flat inclusions of arbitrary shape, I.J.S.S. 32, 1995, p.383-389
18. GIOVANOLA H.J., KIRKPATRICK W. ST., Using the Local Approach to Evaluate Scaling Effects in Ductile Fracture, I.J.F. 92, 1998, p. 101-110
19. GODUNOV S.K., Elementi mehaniki splošnoi sredî, Izd. "Nauka", Moskva, 1978
20. GOLDENBLAT I.I., Nekotorie voprosi mehaniki deformiruemih sred, Gostehizdat, 1955
21. GOLDENBLAT I.I., Nelineinie problemi teorii uprugosti, Moskva "Nauka", 1969
22. GOLDSTEIN R.V., KAPTOV A.V., Formirovanie struktur razrušeniiia slabo vzaimodeistvuiuscich trešcin, M.T.T. Nr.4/1982, p.173-182
23. GOLOGAN R.N., Aplicații ale teoriei ergodice, Editura Tehnică, București, 1989
24. GOLOVCIAN V.T., NIKITIUK N.I., Rešeniiu zadaci o sdvighe voloknistoi kompoziționnoi sredî, P.M., Tom XVII, Nr.2, 1981
25. GÓMEZ J.B., ş.a., Bounds for the time to failure of hierarchical systems of fracture, Physical Review E, Third Series, Vol.59, Nr.2, Part A, Feb.1999, R1287-R1290
26. GORDUNOV S.K., Elementi mehaniki splošnoi sredî, Izd. "Nauka", Moskva, 1978
27. GORDUNOV S.K., REABENKI V.S., Scheme de calcul cu diferențe finite, Editura Tehnică, București, 1977
28. GOSPODINOV G., A boundary element linear solution applied to reinforced concrete, Journal of theoretical and applied mechanics, Sofia 2000, Vol.30, No. 3, p.66-73
29. GRAHAM G.A.C., SABIN G.C.W., The correspondence principle of linear viscoelasticity for problems that involve time-dependent regions, I.J.E.S. Vol.11, 1973, p.123-140
30. GRANINO A. KORN, Simularea și măsurarea proceselor aleatoare, (trad. Din lb. Engl.), Ed. Tehn., Buc., 1969
31. GRAY L.J., ş.A., Improved quarter-point crack tip element, Engineering Fracture Mechanics, 70, 2003, p.269-283
32. GREEN A.E., ZERNA W., Theoretical Elasticity, Clarendon Press, Oxford, 1954
33. GREENGARD L., HELSING J., On the numerical evaluation of elastostatic fields in locally isotropic two-dimensional composites, J. Mech. Phys. Solids 46 (8), 1998, p.1441-1462
34. GRINDEI I., Termoelasticitate, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1967
35. GRUBIN N.A., Nelineinie zadaci koncenrației napriajenii v detaliyah mașin, Izd. "Mașinostroenie", Leningrad, 1972
36. GUIGGIANI M., ş.a., A General Algorithm for the Numerical Solution of Hypersingular Boundary Integral Equations, Transactions of the ASME, Vol.59, 1992
37. GUIGGIANI M., GIGANTE A., A General Algorithm for Multidimensional Cauchy Principal Value Integrals in the Boundary Element Method, Transactions of the ASME, Vol.57, 1990
38. GULIK B.I., ERMAKOV B.E., Deistvie cososimetricinoi nagruzki na polosu so svobodâm i podkreplenîm otverstiem, P.M., Tom XVI, Nr.2, 1980
39. GULIK B.I., ERMAKOV B.E., Deistvie momentov nabezkoneciniu mnogosviaznuiu polosu, P.M., Tom XVI, Nr.3, 1980
40. GULIK B.I., KOSMODAMIIANSKII A.S., Cistâi sdvig poluprostranstva s tîlindriceskoi polostiiu, P.M., Tom XV, Nr.5, 1979, p.27-32
41. GULLERUD ARNE S., ş.a., Simulation of Ductile Crack Growth Using Computational Cells: Numerical Aspects, Engineering Fracture Mechanics, Nr. 66, 2000, p.65-92
42. GUTIERREZ A.M., Formulation of a Path-Following Constraint with Application to Monte-Carlo Simulations of failure in Quasi-Brittle Solids, 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, June2-5, 2002, Columbia University, New York (EM2002)
43. GUZI A.N. (redactor), Prostranstvenne zadaci teorii uprugosti i plasticinosti, Vol.V: GOLOVCIAN V.T., KUBENKO V.D., ŞULIGA N.A., GUZI A.N., GRINCENKO V.T., Dinamika uprughih tel, Kiev "Naukova Dumka", 1986
44. GUZI A.N. (redactor), Prostranstvenne zadaci teorii uprugosti i plasticinosti, Vol.IV: GUZI A.N., BABICI I.Iu., Triohmernaia teoria ustoicivosti deformiruenih tel, Kiev "Naukova Dumka", 1985
45. GUZI A.N. (redactor), Prostranstvenne zadaci teorii uprugosti i plasticinosti, Vol.III: GRINCENKO V.T., ULITKO A.F., Ravnovesie uprughih tel kanoniceskoi formi, Kiev "Naukova Dumka", 1985
46. GUZI A.N. (redactor), Prostranstvenne zadaci teorii uprugosti i plasticinosti, Vol.II: GUZI A.N., NEMİŞI Iu.N., Statika uprughih tel nekanoniceskoi formi, Kiev "Naukova Dumka", 1984
47. GUZI A.N., Teoria trešcin v uprughih telah s naciolinimi napriajeniami (visokoelasticinie materiali), P.M., Tom 17, Nr.2, 1981
48. GUZI A.N., BABICI I.I., Triohmernaia teoria ustoicivosti sterjnei plastin i obolocek, Kiev Golovnîe Izd., 1980
49. GUZI A.N., CERNIŠENKO I.S., CEHOV V.N., ş.a., Metod rasciota obolocek, Vol. I: Teoria tonikh

obolocek oslabcennih otverstiiami, "Naukova Dumka", Kiev, 1980

50. GUZI A.N., ş.a., Razrušenie i ustoicivosti tonkih tel s treščinami, "Naukova Dumka", Kiev, 1981

## H

1. HAGGAG F.M., NANSTAD R.K., Estimating Fracture Toughness Using Tension or Ball Indentation Tests and a Modified Critical Strain Method, „The American Society of Mechanical Engineers”, PVP Vol. 170, 1989
2. HAHN G.T., ROSENFIELD A.R., ş.a., Crack arrest concepts and applications. – X Symposium on Naval Structural Mechanics, 1978, Fracture Mechanics, University Press of Virginia
3. HAI V.M., DAUŞNIK P.I., O vyaimodeistvii periodiceskoi sistemi diskobraznih tressin, F.M.P.D.S. 1978, p.65-73
4. HAIMOVICI ADOLF, Ecuatiile fizice matematice și elemente de calcul variational, Ed. Didact. și Pedagogică, București, 1966
5. HAIMOVICI M., Teoria elasticității, Editura Didactică și Pedagogică, Buc., 1969
6. HAJDU I., Lucrări de laborator de Rezistența materialelor, Ediția a 2-a, IPT, 1970
7. HALLSTRÖM S., GRENSTEDT J.L., Mixed Model Fracture of Cracks and Wedge Shaped Notches in Expanded PVC Foam, I.J.F. 88, 1997
8. HANAUSKA J., KRADINOV V., MADENCI E., A composite double-lap joint with staggered bolts: an experimental and analytical investigation, C.S. 54, 2001, p.3-15
9. HARIK M.V., CAIRNCROSS A.R., Evolution of Interfacial Voids Around a Cylindrical Inclusion, Trans. ASME, Vol.66, 1999
10. HARRIS D.O., LIM E.Y., Applications of a Probabilistic Fracture Mechanics Model to the Influence of In-Service Inspection on Structural Reliability, ASTM, STP 798 p.19-41, 1983
11. HASEGAWA H., YOSHII K., Tension of Elastic Solid with Elastic Circular-Cylindrical Inclusion, JSME Int. Journal, Series A, Vol.39, Nr.2, 1996
12. HASHIN ZVI, The inelastic inclusion problem, I.J.E.S., Vol.7, 1969, p.11-36
13. HASOFER A.M., A Statistical Theory of the Brittle Fracture of Steel, I.J.F.M., Vol.4, Nr.4, 1968
14. HATIAŞVILI G.M., Zadaci Almanzi-Micella dlja odnorodnih i sostavnih tel, Izd. „Metnireba”, Tbilisi, 1983
15. HAUCH A.J., MARDER P.M., Energy Balance in Dynamic Fracture, Investigated by a Potential Drop Technique, I.J.F. 90, 1998, p.133-151
16. HAZANOV I.I., POLITOV V.A., Veroiatnostnaia modeli ustalostnoi dolgovечnosti v svete predstavlenii lineinoi mehaniki razrušeniiia, P.P., Nr.2, 1977
17. HEITZER M., STAAT M., Direct FEM limit and shakedown analysis with uncertain data, ECCOMAS 2000, Barcelona
18. HELMS E.L.K., ALLEN H.D., HURTADO D.L., A Model for Predicting Grain Boundary Cracking in Polycrystalline Viscoplastic Materials Including Scale Effects, I.J.F. 95, 1999, p.175-194
19. HELSING J., An integral equation method for electrostatics of periodic composites, J.Mech.Phys.Solids 43(6), 1995
20. HELSING J., MILTON G.W., MOVCHAN A., Duality relations, correspondences and numerical results for planar elastic composites, J. Mech. Phys. Solids 45 (4), 1997, p.565-590
21. HELSING J., PETERS G., Integral equation methods and numerical solutions of crack and inclusion problems in planar elastostatics, SIAM J. Appl. Math. 59(3), 1999, p.965-982
22. HELSING J., On the numerical evaluation of stress intensity factors for an interface crack of a general shape, I.J.N.M.E. 44(5), 1999, p.729-741
23. HELSING J., Fast and accurate numerical solution to an elastostatic problem involving ten thousand randomly oriented cracks, I.J.F. 100(4), 1999, p.321-327.
24. HELSING J., Stress Intensity Factors for a Crack in Front of an Inclusion, Engn. Fracture Mech. 64(2), 1999, p.245-253
25. HELSING J., Corner singularities for elliptic problems: special basis functions versus “brute force”, Comm. Num. Meth. Engn. 16(1), 2000, p.37-46
26. HELSING J., PETERS G., An efficient numerical algorithm for cracks partly in frictionless contact, SIAM J. Appl. Math. 61(2), 2000, p.551-566
27. HELSING J., On the interior stress problem for elastic bodies, ASME J.A.M. 67(4), 2000, p.658-662
28. HELSING J., JONSSON A., PETERS G., Evaluation of stress intensity factors for a square crack in 3D, Engn. Fracture Mech. 68(5), 2001, p.605-612
29. HELSING J., JONSSON A., Complex variable boundary integral equations for perforated infinite planes, Engng. Anal. Boundary Elem. 25(3), 2001, p.191-202
30. HELSING J., JONSSON A., On the accuracy of benchmark tables and graphical results in the applied mechanics literature ASME J.A.M. 69(1), 2002, p.88-90
31. HELSING J., JONSSON A., On the computation of stress fields on polygonal domains with V-notches,

- I.J.N.M.E. 53(2), 2002, p.433-454
32. HELSING J., JONSSON A., Stress Calculations on Multiply Connected Domains, *J. Comput. Phys.* 176(2), 2002, p.456-482
  33. HOAGLAND R.G., ROSENFIELD A.R., GEHLEN P.C., HAHN G.T., A crack arrest measuring procedure for Klm, KID and Kla properties. – In: *Fast Fracture and Crack Arrest*, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 177-202
  34. HOMENTCOVSCHI D., Funcții complexe cu aplicații în știință și tehnică, Editura Tehnică, București, 1986
  35. HONG S.Y., YEATHER M.L., A Sensitivity Study of PWR Primary Coolant Piping Leak Failures Using Probabilistic Fracture Mechanics, ASME, PVP Vol.92, 1984, p.133-153
  36. HOROȘUN P.L., Koncenrația napriajenii v stohasticeski armirovannih telah, K.N./v.2, p. 232-240
  37. HU X.K., CHANDRA A., HUANG Y., Multiple void-crack interaction, *I.J.S.S.*, Vol.30, Nr.11, 1993
  38. HUANG R., PRÉVOST J.H., SUO Z., Loss of constraint on fracture in thin film structures due to creep, *Acta Materialia* 50 (2002), p.4137-4138
  39. HUANG Y., LIU C., ROSAKIS J.A., Transonic crack growth along a bimaterial interface: an investigation of the asymptotic structure of near-tip fields, *I.J.S.S.* Vol.33, Nr.18, 1996
  40. HUANG Y., s.a., The numerical calculation of two-dimensional effective moduli for microcracked solids, *I.J.S.S.* 33, Nr.11, 1996
  41. HURTADO J.A., Elastic Plastic Mode III Crack under Internal Shear, *I.J.F.* 91, 1998, p.205-216
  42. HWU C., Polygonal holes in anisotropic media, *I.J.S.S.* Vol.29, Nr.19, 1992, p.2369-2384
  43. HWU C., WEN J. YEN, Greens's functions of two-dimensional anisotropic plates containing an elliptic hole, *I.J.S.S.* Vol.27, Nr.13, 1991
  44. HYUNG JIP CHOI, KANG YONG LEE, TAE EUN JIN, Collinear Cracks in a Layered Half-Plane with a Graded Nonhomogeneous Interfacial Zone, Part I: Mechanical Response, Part II: Thermal Shock Response, *I.J.F.* 94, 1998, p.103-122; 123-135

## I

1. IACOB C., CRĂCIUNESCU A., CRISTEA C., DRAGOŞ L., GHEORGHİA ŞT., TRANDAFIR R., Matematici clasice și moderne, Vol. I (1978), Vol. II (1979), Vol. III / Vol. IV (1984), Ed. Tehn., București
2. IEȘAN D., Teoria termoelasticității, Editura Academiei R.S.R., București, 1979
3. IFTIMIE V., Operatori pseudo-diferențiali și integrali Fourier, Litografia Univ. București, Fac. De Mat.-Mecanică, Buc., 1978
4. ILIUȘIN A.A., Plasticinosti. Osnovi obșcei matematicheskoi teorii, Izd. Akad. Nauk SSSR, Moskva, 1963
5. ILIUȘIN A.A., LOMAKIN V.A., ŠMAKOV A.P., Zadaci i upragneniie po mehanike splošnoi sredî, Izd. Moskovskovo Universiteta, 1973
6. IN LEE, Finite Element Methods in Structural Dynamics, Departament of Aerospace Engineering, KAIST, 2002
7. IONOV V.N., OGIBALOV P.M., Procinosti prostranstvennih elementov konstrukcii. Osnovi mehaniki splošnoi sredî, Moskva, 1972; 1979
8. IOSIFESCU M., GRIGORESCU S., OPRIȘAN GH., POPESCU GH., Elemente de modelare stohastică, Ed.Teh., Buc., 1984
9. IRWIN G.R., Comments on dynamic fracturing. – In: *Fast Fracture and Crack Arrest*, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 7-18
10. ISACSSON MÁNS, s.a., Probabilistic Cell Modeling of Cleavage Fracture, *I.J.F.* 92, 1998, p.359-372
11. ISAEV R.G., O filtratii v glubokozalegaiuscik anizotropnih trescinovatih plastah s obscim harakterom nelineinoi nasledstvennosti, P.M. Tom XIII, Nr.11, 1977
12. ISRAIL M.S.A., BANERJEE K.P., Advanced development of boundary element method for two-dimensional dynamic elasto-plasticity, *I.J.S.S.*, Vol.29, Nr.11, 1992, p.1433-1451
13. ISTRĂTESCU VASILE, Introducere în teoria operatorilor liniari, Editura Academiei R.S.R., București, 1975
14. ITOU SHOUETSU, The effect of couple-stresses on the dynamic stress concentration around a crack, *I.J.E.S.* 10, 1972, p.393-400
15. IVAN MARIN, Teoria elasticității, Lito. Inst. Polit. „Traian Vuia”, Timișoara, 1983
16. IVLEV D.D., ERŠOV L.V., Metod vozmușenii v teorii uprugoplasticeskovo tela, Moskva „Nauka”, 1978

## J

1. JADUL B., Étude de la plasticité et application aux métaux, Dunod, Paris, 1965
2. JARDAK M., SU C.H., KARNIADAKIS G.E., Spectral Polynomial Chaos Solutions of the Stochastic Advection Equation, Division of Applied Mathematics, Brown University, October 29, 2001
3. JASIUK IWONA, Cavities vis-a-vis rigid inclusions: elastic moduli of materials with polygonal inclusions,

I.J.S.S. Vol.32, 1995, p.407-422

4. JEKOV N.D., Ravnovesie priamougolinovo tela s naklonoi trešcinoi sdvig, Moskovski Aviaționii Institut, 1977
5. JEON SANG-PYO, TANIGAWA Y., Axisymmetrical Elastic Behavior and stress intensity factor for a nonhomogeneous medium with a penny-shaped crack, JSME Int. Journal, series A, Vol.41, No.4, 1998
6. JHA M., CHARALAMBIDES G.P., A finite element analysis of fracture initiation in ductile/brittle periodically layered composites, I.J.F. 90, 1998, p.299-323
7. JIA L., A Dugdale-Barenblatt model for a plane stress semi-infinite crack under mixed mode concentrated forces, I.J.F. 88, 1997, p. 153-166
8. JIAN N., MAO S., Analysis of Asymmetric Kinked Cracks of Arbitrary Size, Location and Orientation, Part I: Remote Compression, Part II: Remote tension, I.J.F. 89, 1998, p.19-57; 59-84
9. JIANG Q.Z., CHANDRA A., HUANG Y., A hybrid micro-macro BEM with micro-scale inclusion-crack interactions, I.J.S.S. Vol.33, Nr.16, 1996
10. JILKIN V.A., POPOV A.M., Opredelenie trioh komponent tenzora deformații po dannim toliko odnogo deformirovannogo rastra, P.P., Nr.5, 1977
11. JITNIAIA G.V., KOSMODAMIANSKII C.A., Deistvie sosredotocennoi sili priljennoi k konturu krugovo otverstiia, oslabliajușcego poluploskosti, K.N.v.2, p. 67-73
12. JOHNSON W., MELLOR P.B., Teoriia plasticinosti dlia īnjenerov, (trad. Din lb. Engl.), Moskva „Masinostroenie”, 1979
13. JOHNSTON G.O., Statistical Scatter in Fracture Toughness and Fatigue Crack Growth Rate Data, ASTM STP798, 1983, p.42-66
14. JONES I.S., A Wide Range Weight Function for a Single Edge Cracked Geometry with Clamped Ends, I.J.F. 89, 1998, p.1-18
15. JOO HO CHOI, BYUNG MAN KWAK, Boundary integral equation method for shape optimization of elastic structures, I.J.N.M.E., Vol.26, 1988, p.1579-1595
16. JOURIS G.M., Probabilistic Evaluation of Conservatisms Used in Section III, Appendix G of the ASME Code, ASTM, STP 798, 1983, p.7-18
17. JU W.J., SUN Z.L., A Novel Formulation for the Exterior-Point ESHELBY's Tensor of an Ellipsoidal Inclusion, Transactions of the ASME, Vol.66, 1999
18. JUBAEV N.J., Odnomernye uprugoplasticeskie voln pri slojnom nagrujenii, Izd. "Nauka" Kazanskoi SSR, Alma-Ata, 1979

## K

1. KABULOV K.V., Integralinie uravneniia tipa balansa, Izd. Akad. NAUK Uzbekskoi SSR Taškent, 1961
2. KACHANOV M., Solids with cracks and non-spherical pores: proper parameters of defect density and effective elastic properties, I.J.F. 97, 1999, p.1-32
3. KACHANOV M., TSUKROV I. , SHAFIRO B., Effective moduli of solids with cavities of various shapes, A.M.R. vol. 47, no.1, part. 2, January 1994
4. KACHANOV M., Elastic solid with many cracks and related problems, Advan. in Appl.Mech.,Vol.30, Acad.Press,1993, p.259-445
5. KACHANOV M., SEVOSTIANOV I., Explicit cross-property correlations for anisotropic two-phase composite materials, J.M.P.S., vol.50, 2002, p. 253-282
6. KACIANOV L.M., K kinetike rosta trešcin, P.M.M., Tom 25, Nr.8, 1961
7. KACIANOV L.M., Osnovî mehaniki razrušeniiia, Izd. "MIR", Moskva, 1974
8. KACPZYNSKI G.J., MAYNARD K., Enhancement of Physics-of-Failure Prognostic Models with System Level Features, papers/ieee2002/PhysicsofFailure\_ver1.doc
9. KADAŞEVICI I.Iu., MIHAILOV N.A., Uciot microrazrušenie v teorii plasticinosti i palzcesti, I.U.P. Nr.15, 1986, p.46-52
10. KATCHANOV L., Éléments de la théorie de la plasticité, Ed. MIR, Moscou, 1975
11. KASSEM MOHAMMED A., Zur Bruchzähigkeit und deren Bestimmung, 1974, 16, Nr.7, p.197-202
12. KALANDIYA A.I., Mathematical Methods of Two-Dimensional Elasticity, Moscow, Mir Publishers, 1975
13. KALANDIYA A.I., Zameciania ob osobennosti uprugih vblizi uglov, P.M.M., 1969, Vipusk 1, 1969, p.132-135
14. KALTHOFF J.F., BEINERT J., WINKLER S., Measurements of dynamic stress intensity factors for fast running and arresting cracks in double-cantilever-beam specimens. In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 161-176
15. KAMEI A., YOKOBORI T., Some Results on Stress Intensity Factors of the Cracks and/or Slip Bonds System, Reports of the Research Institute for Strength and Fracture Materials, Tohoku University, Sendai, Japan, 1974, Vol.10, p.29-93
16. KAMENTEVA P.Z., ş.a., Iavlenie fragmentații v probleme plasticinosti: rezrušeniiia metallov, I.U.P. Nr.15/

1986, p.52-64

17. KAMINSKI M., Symbolic computations for random fields using second order perturbation method, Numerical Methods in Continuum Mechanics 2000, Liptovsky Ján, Slovak Republic
18. KAMINSKII A.A., GORELIK A.V., Issledovanie kinetiki razvitiia treščin v viazko-uprugom voloknistom kompozitionnom materiale, P.M. Tom XVII, Nr.11, p.75-81
19. KAMINSKII A.A., Ob odnom pribljennom metode rešenii uravnenii treščin v viazko-uprugoi srede, P.M., Tom 13, Nr.8, 1977
20. KAMIYA N., KITA E., Structural Optimization by an Adaptive Boundary Element Method, Proceedings of the First Join Japan/ U.S. Symposium on Boundary Element Methods, University Tokyo, Japan, 3-6 Oct. 1988
21. KANAUN S.K., O modeli tociecinh defectov v mehanike uprugoi neodnorodnoi sred, M.T.T. Nr.4/1982, p.109-118
22. KANNINEN M.F., A solution for a dugdale crack subjected to a linearly varying tensile loading, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.85-95
23. KANTOROVICI L.V., AKILOV G.P., Analiză funcțională, (traducere din limba rusă), Ed. Șt. Și Encyclopedică, Buc., 1986
24. KARABALIS D., Formulation of 3D dynamic SSI analysis involving contact nonlinearities by time domain BEM-FEM, Engineering Analysis with Boundary Elements, Nr.11, 1993, p.277-284
25. KARAPETIAN E., KACHANOV M., On Calculation of SIFs for Circular and Moderately Non-Circular Cracks, I.J.F. 92, 1998, L21-L26
26. KARAPETIAN E., KACHANOV M., Three-dimensional interactions of a circular crack with dipoles, centers of dilatation and moments, I.J.S.S. Vol. 33, Nr.27, 1996, p.3951-3967
27. KARAPETIAN N.E., HANSON T.M., Crack opening displacements and stress intensity factors caused by a concentrated load outside a circular crack, I.J.S.S. Vol.31, Nr.15, 1994, p.2035-2052
28. KARIHALOO L.B., Size Effect in Shallow and Deep Notched Quasi-Brittle Structures, I.J.F. 95, 1999, p.379-390
29. KARIHALOO L.B., HUANG X., Asymptotics of three-dimensional macrocrack-microcrack interaction, I.J.S.S., Vol.32, Nr.11, 1995, p.1495-1500
30. KARPOV N.I., Ob odnom podhode k rešeniiia kraevih zadaci matematicheskoi fiziki i ego primenenii v teorii plastin i sterjnei, P.M., Tom XVII, Nr.7, 1981
31. KASSIR M.K., On the distribution of thermal stresses around an elliptical crack in an infinite solid, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.769-784
32. KAY N., BARUT A., MADENCI E., Singular stresses in a finite region of two dissimilar viscoelastic materials with traction-free edges, C.M.A.M.E. 191, 2002, p.1221-1244
33. KAYMAZ I., McMAHON C.A., An approach to reliability analysis using the response surface method and Monte Carlo Simulation, Proceedings of DETC '99, Sept.12-15, 1999, Las Vegas, Nevada
34. KEAT W., ș.a., Inverse method of identification for three-dimensional subsurface cracks in a half-space, I.J.F. 92, 1998, p.253-270
35. KECS W., Complemente de matematici cu aplicații în tehnică, Editura Tehnică, București, 1981
36. KECS W., Elasticitate și văscoelasticitate, Editura Tehnică, București, 1986
37. KECS W., Produsul de convoluție și aplicații, Editura Academiei R.S.R., Buc., 1978
38. KEER L.M., FREEDMAN J.M., Tensile strip with edge cracks, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.1265-1275
39. KHALED ABDEL-TAWAB, GREGORY J. RODIN, Fracture Size Effects and Polycrystalline Inhomogeneity, I.J.F. 93, 1998, p.247-259
40. KIKUCHI M., ș.a., Fracture Analysis of Metal-Matrix Composite Materials, Annual Report of ADVENTURE Project ADV-99-1, 1999, Science University of Tokyo
41. KILCEVSKI N.A., Elemente de calcul tensorial și aplicațile lui în mecanică, Editura Tehnică, București, 1956
42. KIM A.S., BESSON J., PINEAU A., Global and local approaches to fracture normal to interfaces, I.J.S.S. 36, 1999, p.1845-1864
43. KISELEV V.A., Ploskaia zadacia teorii uprugosti, Moskva, "Vîšaia škola", 1976
44. KIT G.S., Obćii metod rešeniiia prostranstvennih zadaci teploprovodnosti i termouprugosti dlia tela s diskobražnimi treščinami, P.M., Tom XIII, Nr.12, 1977
45. KIT G.S., HAI V.M., Prodolinii sdvig sloia s sistemoi priamolineinik treščin, F.M.P.D.S., 1978, p.77-81
46. KPBAYASHI T., DALLY J.W., Relation between crack velocity and stress intensity factor in birefringent polymers. – In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 257-273
47. KOCIN N.E., Calculul vectorial și introducere în calculul tensorial, Editura Tehnică, București, 1954
48. KOGAN L., HUI Y.C., MOLKOV V., Stress and induction field of a spheroidal inclusion or a penny-shaped

- crack in a transversely isotropic piezoelectric material, I.J.S.S. Vol.33, Nr.19, 1996, p.2719-2737
49. KOITER V.T., Obšcie teoremi teorii uprugo-plasticheskikh sred, Moskva "I.L.", 1961
50. KONISHI Y., On two coplanar cracks in an infinite transversely isotropic medium, I.J.E.S., Vol.10, 1972, p.917-923
51. KONISHI Y., ATSUMI A., Crack problem of transversely isotropic strip, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.9-20
52. KOSMODAMIANSKII A.S., Izgib anizotropnih plit s krivolineinimi otverstiiami, P.M., Tom XVII, Nr.2, 1981
53. KOSMODAMIANSKII A.S., Cernic V.I., Napriajennoe sostoianie plastinki, oslabennoi dvumia ellipticeskimi otverstiiami s parallelinimi osiami, P.M., Tom XVII, Nr.6, 1981
54. KOSTROV B.V., Automodelinie zadaci o rasprostraneni treščin kasatelinovo razriva, P.M.M., Tom XXVIII, 1964
55. KOSTROV B.V., Neustanovivšeessia rasprostraneniie treščin prodolnogo sdvig, P.M.M., Tom XXX, 1966, p.1042-1049
56. KOSTROV B.V., Osesimetricinaia zadaci o rasprostraneni treščin normalnovo razriva, P.M.M., Tom 28, 1964
57. KRISHNAMURTY A.V., NAGAMANI A., Studies on Elastic Coupling Parameters of Fracture Modes in Orthotropic Materials, I.J.F. 94, 1998
58. KRIVTUN M., Termouprugue sostoianie ploskosti s treščinoi vdoli gladkovo kontura, P.M., Tom XIV, Nr.11, 1978
59. KRUTKOV Yu.A., Tenzor funkii napriajenii i obšcie rešeniiia v statike teorii uprugosti, Izd. Akad., Nauk SSSR, Moskva, 1949
60. KULIEV G.G., K teorii ustocivosti tel s treščinoi v sluciae ploskoi deformatii, P.M., Tom XIII, Nr.12, 1977
61. KULIEV G.G., Vliyanie vida vnešinih nagruzok na lokalnuiu poteri ustoicivosti sostoianiiia ravnovesiiia polupostranstva vozle centralinoi verticalinoi treščin, Ukramskoi Akademia, Kiev, 1978
62. KUMASAKA H., HIRASHIMA K., Stress Distributions around Circular Inclusion in Infinite Plane for Nonlocal Elasticity. (Matrix and Circular Inclusion have the same Nonlocal Coefficients), JSME Int. Journal, Series A, Vol.39, Nr.2, 1996
63. KÜNTZ M., LAVALLEE P., MARESCHAL J.C., Steady-state flow experiments to visualize the stress field and potential crack trajectories in 2D elastic brittle cracked media in uniaxial compression, I.J.F. 92, 1998, p.349-357
64. KUSHCH I.V., Elastic equilibrium of a medium containing a finite number of aligned spheroidal inclusions, I.J.S.S. 33, Nr.8, 1996

## L

1. LAKES, R.S., Design Considerations for Negative Poisson's Ratio Materials, ASME Journal of Mechanical Design 115, p. 696-700, 1993
2. LANDAU L., LIFCHITZ E., Théorie de l'élasticité, Edition MIR, Moscov, 1967
3. LAUŞNIC I.P., HAI M.V., Triohmernaia zodacia termouprugosti dla tela s periodiceskoi sistemoi disceobraznik treščin, P.M., Tom XVI, Nr.4, 1980
4. LAVRENTIEV A.M., LIUSTERNIK A.I., Curs de calcul variațional, (trad. din lb. rusă), Ed. Tehn., București, 1955
5. LAVŞNIK P.I., Vzaimodeistvie proizvolino raspolojennih diskobraznih treščin nagrujennih kasatelinimi usiliiami, FMPDS, 1978, p.58-65
6. LAZĂR I., Metoda elementelor de frontieră în inginerie, Presa Universitară Clujeană, Cluj-Napoca, 1997
7. LAZZARIN P., TOVO R., FILIPPI S., Elastic Stress Distributions in Finite Size Plates with Edge Notches, I.J.F. 91, 1998, p.269-282
8. LEBEDEV D.V., §.a., Oțenka viazkosti razrušeniiia konstruktionnih stalei metodom kriticeskogo rascrītiiia treščin, P.P.Nr.11/1977
9. LEE DOO-SUNG, Stress analysis of a stretched slab having a spherical cavity under unidirectional tension, I.J.S.S. Vol.30, Nr.19, 1993
10. LEE JIN, HUAJIAN GAO, A generalized Comninou contact model for interface cracks in anisotropic elastic solids, I.J.F. 67, 1994, p.53-68
11. LEE JONGHEE, §.a., Dynamic Ductile Fracture of Aluminium SEN Specimens , an Experimental – Numerical Analysis, I.J.F. 93, 1998, p.39-50
12. LEGUILLO D., A Criterion for Crack Nucleation in Homogeneous Materials, C.R.Acad.Sei.Paris, T.329, sér.IIb, p.97-102,2001
13. LEHNITKII S .G., Teoriia uprugosti anizotropnovo tela, Moskva,1950
14. LEI Y, O'DOWD N.P., Weibull stress solutions for 2D cracks in elastic and elastic-plastic materials, I.J.F. 89, 1998, p.245-268
15. LEMIDOVA I.I., O primenie metod fotouprugosti k issledovaniu ostatocinik napriajenii v sostavnik telah, I.U.P. Nr.15/1986, p.26-29

16. LEÓN S., PARIS F., Analysis of thin plates on elastic foundations with boundary element methods, Engineering Analysis with Boundary Elements, 1989, Vol.6, Nr.4, p.192-196
17. LESAINT P., RAVIART A.P., Finite Element Collocation Methods for First Order Systems, Mathematics of Computation Vol.33, Nr.147, July1979, p.891-918
18. LEUNG A.Y.T., R.K.L. SU, Eigenfunction expansion for penny-shaped and circumferential cracks, I.J.F. 89, 1998, p. 205-222
19. LEUNG L.K., ZAVAREH B.P., BESKOS E.D., 2-D elastostatic analysis by a symmetric BEM/FEM scheme, Engineering Analysis with Boundary Elements, Nr.15, 1995, p.67-78
20. L'HERMITE R.L., Résistance des matériaux théorique et experimentale, Vol.I, Dunod, Paris, 1954
21. LI J., Elastic-plastic study of a mixed mode semi-infinite crack by using the DUGDALE model, I.J.F. 90, 1998, L27-L31
22. LI XIAN-FANG, FAN TIAN-YOU, A new photoelastic approach to determine stress intensity factors, I.J.F. 91, 1998, L3-L8
23. LI XIAN-FANG, FAN TIAN-YOU, Stress Intensity Factors for a Planar Crack by the Self-Similar Crack Extension Method, I.J.F. 90, 1998, L69-L74
24. LI X., KEER M.L., A direct method for solving crack growth problems, I – I.J.S.S. Vol. 29, Nr.22, 1992, p.2735-2747, II- Shear mode problems : I.J.S.S. Vol. 29, Nr.22, 1992, p.2749-2760
25. LI X., KEER M.L., The growth of pressurized planar cracks between barriers, I.J.S.S. Vol. 29, Nr.1, 1992
26. LIAH Y.U., O hrupkom razrušenii gazonaščernogo gornovo massivo, P.M., Tom XVII, Nr.4, 1981
27. LIEBOWITZ H., JONES D.L., Nekatorie neliniennih effektov mehaniki razrušeniiia
28. LIEBOWITZ (redactor), Fracture, an Advanced Treatise, 1972, Academic Press, New-York, Vol.7: Fracture of nonmetals and composites, Cap.6. H.T. KORTEW: Mehanika razrušeniiia kompozitov, p.367-471
29. LIEBETRAU A.M., SIMONEN F.A., The Effect of Input Distributions on the Probabilistic Fracture Mechanics Analysis of Reactor Pressure Vessels, ASME, PVP Vol. 92, 1984, p.35-55
30. LI-GUO ZHAO, YI-HENG CHEN, T-stress of an Interface Macrocrack Induced by Near Tip Subinterface Microcracks, I.J.F. 90,1998, p.275-285
31. LIN G., MENG G.X., §.a., The effect of strength mis-match on mechanical performance og weld joints, I.J.F. 96, 1999, p.37-54
32. LIN GUOYU, YUN-JAE KIM, §.a., Numerical Analysis of Ductile Failure of Undermatched Interleaf in Tension, International Journal of Fatigue 91, 1998, p.323-347
33. LINKOV A.M., O kontenratii napriajenii v plaste, Issledovaniia po uprugosti i plasticinosti, Sbornic 9, 1971, p.133-135
34. LINKOV A.M., KOSHELEV V.F., Tip, Corner and Wedge Elements: A Regular Way to Increase Accuracy of the BEM, IABEM 2002, International Association for Boundary Element Methods, Austin, USA, May 2002
35. LINNIK Iu. V., OSTRAOVSKII I. V., Razlojeniia sluciainih velicin i vector, Izd. "Nauka", Moskva, 1972
36. LIU C., (§.a.), A study of the fracture behavior of unidirectional fiber-reinforced composites using Coherent Gradient Sensing (CGS) interferometry, I.J.F. 90, 1998, p.355-382
37. LIU C., KNAUSS G.W., ROSAKIS J.A., Loading Rates and the Dynamic Initiation Toughness in Brittle Solids, I.J.F. 90, 1998, p.103-118
38. LIU D., FLECK A.N., Scale Effects in the Initiation of Cracking of a Scarf Joint, I.J.F. 95, 1999, p. 67-88
39. LIU T.C., SMITH W.C., WANG L., Three-dimensional effects on stress intensity factors distributions and crack growth in motor grain models, I.J.S.S. Vol.33, Nr.3, 1996
40. LOBODA V.V., SHEVELEVA E.A., On the quasi-invariant phenomena in the axisymmetrical interface crack problem and its application to fixed and cylinder investigation, I.J.S.S. Vol.32, Nr.1, 1999, p.117-125
41. LOCKETT F.J., STAFFORD R.O., On special constitutive relations in nonlinear viscoelasticity, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.917-930
42. LOMAKIN A.V., O teorii deformirovanisa mikroneodnorodnihtel i ee cviazi s momentonoi teoriei uprugosti, P.M.M. Tom XXX, Nr.5, 1966, p.875-881
43. LORET B., BONNET M., Méthodes d'équations intégrales régulières et singulières pour les structures géotechniques soumises à des sollicitations dynamiques, Congrès : "Tendances actuelles en calcul des structures", Bastia, 1985 (Pluralis)
44. LOUAT N., Circular cracks in tension and torsion, I.J.E.S., Vol.10, 1972, p.665-676
45. LOUNIS Z., MARTIN-PEREZ B., HUNAIDI A.O., Decision support tools for life prediction and rehabilitation of concrete bridge decks, APWA International Publik Works Congress, Philadelphia, Sep. 2001, [www.nrc.ca/irc/uir/apwa](http://www.nrc.ca/irc/uir/apwa)
46. LOWENGRUB M., Stress distribution due to a Griffith crack at the interface of an elastic half plane and a rigid foundation, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.477-488
47. LOWENGRUB M., SNEDDON I.N., The stress field near a Griffith crack at the interface of two bonded

- dissimilar elastic half-planes, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.1025-1034
48. LOWENGRUB M., SNEDDON I.N., The effect of shear on a penny-shaped crack at the interface of an elastic half-space and a rigid foundation, I.J.E.S., Vol.10, 1972, p.899-913
  49. LU JIAN-KE, Complex Variable Methods in Plane Elasticity, World Scientific, Singapore, 1995
  50. LU H., LARDNER J.T., Mechanics of subinterface cracks in layered material, I.J.S.S. Vol.29, Nr.6, 1992
  51. LUGOYOI P.Z., O vlianii ortotropii na raspredelenie napriajenii vozle otverstiia v koniceskoi obolocike, P.M., 1978, Nr. 2
  52. LUND F., Elastic forces that do no work and the dynamics of fast cracks
  53. LUNGU DAN, GHIOCEL DAN, Metode probabilistice în calculul construcțiilor, Editura Tehnică, Buc., 1982
  54. LUO A.H., WANG Q., Stress Concentrations in an Intermingled Hybrid Composite, Trans. ASME, Vol.4, 1997
  55. LURIE A.I., Teoria uprugosti, Izd. „Nauka”, Moskva, 1970
  56. LURIE V.M., Primernenie variaționogo printipa dlja issledovaniia razrâvov v spoșnoi srede, P.M.M. Tom XXX, vip.4, 1966, p.747-753
  57. LURIE M.V., Ispolizovanie variaționnogo printipa dlja izuchenija rasprostrenenija novostnosti razriva v splașnoi srede, P.M.M. Tom XXXIII, 1969
  58. LURIE M.V., Primernenie variaționnogo printipa dlja isledovaniia razrâvovi splașnoi srede, P.M.M. Vîpusk 4, 1966

## M

1. MADENCI E., SERGEEV B., SHKARAYEV S., Boundary collocation method for multiple defect interactions in an anisotropic finite region, I.J.F.94,1998, p.339-355
2. MADENCI E., BARUT A., NEMETH M.P., A complex potential-variational method for stress analysis of unsymmetric laminates with an elliptical cutout, J.A.M. 68, 2001, p. 731-739.
3. MADENCI E., SERGEEV B., SHKARAYEV S., OPLINGER D.W., SHYPRYKEVICH P., Analysis of composite laminates with multiple fasteners, I.J.S.S. vol.35, no. 15, 1998, p. 1793-1811
4. MAL A.K., Interaction of elastic waves with a penny-shaped crack, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.381-388
5. MAL A.K., Interaction of elastic waves with a Griffith crack, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.763-776
6. MALVERN E.L., Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1969
7. MANAHAN M.P., STONESIFER R.B., Probabilistic Fracture Mechanics Assessment of BWR Control Rod Drive Penetrations
8. MANOLIS G., BESKOS D.E., Boundary element methods in elastodynamics, London, 1988, ed. Unwin Hyman
9. MARCHOUK G., Methodes de calcul numerique, (trad. din lb. rusă), Edition MIR, Moscou 1980
10. MAREK P., KREJSA M., Performance Based Structural Reliability Assessment Using SBRA as a Tool, 8th ASCE Speciality Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, PMC2000-088
11. MARINESCU G., Analiză numerică, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1974
12. MARINESCU G., Tratat de analiză funcțională, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, Vol.I-1970; Vol.II-1972
13. MARRIOTT D.L., Evaluation of the Limitations of Probabilistic Fracture Mechanics in Risk Assessment, ASME, PVP Vol.92, 1984, p.197-209
14. MARSDEN E. JERROLD, HUGHES J.R. THOMAS, Mathematical Foundations of Elasticity, Prentice-Hall, New Jersey, 1983
15. MARŞAVINA L., Metode numerice în mecanica ruperii, Ed. Mirton, Timișoara, 1998
16. MARŞAVINA L., Factorul de intensitate a tensiunii pentru platbanda cu orificiu circular din care se dezvoltă o fisură, Buletinul ARMR Nr.7, 1999, p.5-9
17. MATEHIN A.N., Integralină uravneniia v napriajeniiia dlja ploscoi deformații, I.U.P. Nr.15/1986, p.79-82
18. MATYSIAK J.S., PAUK J.V., On crack problem in an elastic ponderable layer, I.J.F. 96, 1999, p.371-380
19. MAVRIS N.D., BANDTE D., Comparison of two probabilistic techniques for the assessment of economic uncertainty, 19th annual conference of the International Society of Parametric Analysis in New Orleans, May 1997
20. MAVRIS N.D., BANDTE D., A probabilistic Approach to Multivariate Constrained Robust Design Simulation, 1997, Society of Automotive Engineers
21. MAY G.B., KOBAYASHI A.S., Plane stress stable crack growth and J-integral/HRR field, I.J.S.S., Vol.32, Nr.6/7, 1995, p.857-881
22. MAYER OCTAV, Teoria funcțiilor de o variabilă complexă, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1981
23. MAZILU P., SBURLAN S.F., Metode funcționale în rezolvarea ecuațiilor Teoriei elasticității, Editura Academiei R.S.R., Bucureşti, 1973

24. McFEE S., WEBB J.P., Computational Analysis and Design Laboratory, IEEE T.M. Vol.29, Nr.2, March 1993, p.1894-1897
25. MEDA G., MESSNER T.W., SINCLAIR G.B., SOLECKI J.S., Path Independent H-Integrals for Three-Dimensional Fracture Mechanics, I.J.F. 94, 1998, p.217-234
26. MEGUID S.A., WANG X.D., The dynamic interaction of a microcrack with a main crack under antiplane loading, I.J.S.S., Vol. 31, Nr.8, 1994
27. MEGUID S.A., WANG X.D., Dynamic Antiplane Behaviour of Interacting Cracks in a Piezoelectric Medium, I.J.F. 91, 1998, p.391-403
28. MEHTA S., CHAUDHRY H.R., Thermoelastic stresses in rotation of a circular cylinder in finite deformation theory, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.747-755
29. MEISNER M.J., KOURIS D.A., Interaction of two elliptic inclusions, I.J.S.S., Vol.32, Nr.3/4, 1995, p.451-466
30. MERKULOV U.A., Izghib plastin s periodiceskoi sistemoi razrezov, M.T.T., Nr.4, 1982, p.187
31. MICULA Gh., Funcții spline și aplicații, Editura Tehnică, București, 1978
32. MIHAIOV I.A., Hrubkoe razrušenie elementov stalinih konstrukcij, Moskva, Stroizdat, 1986
33. MIHLIN G.S., Variational methods in mathematical physics, Moskva, 1957
34. MILLER O., Modeling and simulation of dynamic fragmentation in brittle materials, I.J.F. 96, 1999, p.101-125
35. MILNE-THOMSON L.M., Plane Elastic System, Springer Verlag, 1960
36. MILNE-THOMSON L.M., Antiplane Elastic System, Springer Verlag, 1962
37. MILOVANOVA D.B., DİŞELİ M.Ş., Ustoicivosti tonkih plastin s naklonno raspolojennim razrezom pri rastrijenii, P.M., Tom XVI, Nr.4, 1980
38. MÎNDRU GH., RĂDULESCU M.M., Analiza numerică a câmpului electromagnetic, Ed. Dacia, Cluj, 1986
39. MING YUAN HE, EVANS G.A., HUTCHINSON W.J., Crack deflection at an interface between dissimilar elastic materials: role of residual stresses, I.J.S.S. Vol.31, Nr.34, 1994
40. MINNETYAN L., HUANG D., CHAMIS C.C., Probabilistic fatigue life evaluation of composite structures
41. MIRONENKO N.I., Napriajennoe sostoianie polosî s odnim ili dvumia uprugonodkreplennîmi krugovîmi otverstiami, M.T.T., Nr.6, 1982, p.73-80
42. MIRSALIMOV V.M., Rešenie zadaci termo uprugosti dlia izotropnoi sredâ, oslabennoi periodiceskoi sistemoi kruglih otverstii i priamolineinâmi treščinami, P.M., Tom XVII, Nr.1, 1981
43. MIȘICU M., Mecanica mediilor deformabile. Fundamentele elasticității structurale, Ed. Acad.R.S.R., Buc., 1967
44. MIȘICU M., TEODOSIU C., Rešenie pri pomoći teorii funkcií kompleksnogo peremennogo staticeski pleskoi zadaci teorii uprugosti dlia neodnorodnih izotropnih tel, P.M.M., Vol. 2, 1966
45. MIŞURIS S.G., Ploskaia zadacia teorii uprugosti dlia sloistoi sredâ s polubeskonecinoi trešcimoi, perpendikularnoi granite razdela sloev, I.U.P. Nr.15/1986, p. 82-96
46. MOCANU D.R. (colectiv), Analiza experimentală a tensiunilor, Vol. I.II, Editura Tehnică, Buc., 1977
47. MOCANU GH., Introducere în teoria funcțiilor complexe, Vol. I, II, Editura Universității din București, 1996
48. MOCANU GH., STOIAN GH., VIȘINESCU E., Teoria funcțiilor de o variabilă complexă. Culegere de probleme, Editura Didactică și Pedagogică, Buc., 1970
49. MOGILEVSKAYA S.G., Numerical modeling of 2-D smooth crack growth, I.J.F. 87, 1997, p.389-405
50. MOGILEVSKAYA S.G., CROUCH S.L., WANG J., A Galerkin Boundary Integral Method for an Elastic Plane with Multiple Inclusions, Holes and Cracks, University of Minnesota, U.S.A., 2002
51. MOLINARI A., ELMOUDEN M., The problem of elastic inclusions at finite concentration, I.J.S.S. Vol. 33, Nr. 20-22, 1996, p.3131-3150
52. MOON H.J., EARMME Y.Y., Calculation of Elastic T-Stresses Near Interface Crack Tip under In-Plane and Anti-Plane Loading, I.J.F. 91, 1998, p.179-195
53. MORAN BRIAN, SUKUMAR N., Failure prediction methodology/ Fatigue reliability
54. MOROZOV E.M., Energeticeskoe uslovie rosta treščin v uprugo-plasticsnih telah, Dokladi Akademii Nauk SSSR, Tom 187, Nr.1, 1969
55. MORRIE D.H., G. DE VRIES, An introduction to finite element analysis, London, 1978
56. MOSAKOVSKII V.I., RABKA M.T., Obobšenie kriteriia Griffitsa-Sneddon na sluchai neodnorodnovo tela, P.M.M., T.28, 1964
57. MOSLER J., MESCHKE G., 3D FE Analysis of Cracks by Means of the Strong Discontinuity Approach, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2000, Barcelona, Sept. 2000
58. MOSZYNSKI K., Metode numerice de rezolvare e ecuațiilor diferențiale ordinare, Editura Tehnică, Buc., 1973
59. MÜLLER H.W., §.a., A semi-infinite crack in front of a circular, thermally mismatched heterogeneity,

I.J.S.S. Vol.33, Nr.5, 1996

60. MUNTEAN C., Utilizarea funcțiilor complexe în studiul stării plane, Referat doctorat Nr.1, 1999
61. MUNTEAN C., Teoria concentratorilor de tensiune, Referat doctorat Nr.2, 2001
62. MUNTEAN C., Metode numerice aplicate în studiul concentratorilor de tensiune, Referat doctorat Nr.3, 2001
63. MUNTEAN C., Implementarea funcțiilor de modelare de tip spline în metoda elementelor de frontieră, A XXVII-a Conf. Naț. De Mecanica Solidelor, 2003, Bul. Șt. Al Univ. din Pitești (în curs de publicare)
64. MUNTEAN C., Rezultate noi privind rezolvarea unei ecuații Laplace cu metoda elementelor de frontieră utilizând un procedeu adaptiv, Bul. Șt. al Univ. Politehnica Timișoara, Seria Mecanică, Tom 48 (62), 2003
65. MUNTEAN C., Un algoritm adaptiv pentru aproximarea spline a curbelor plane din metoda elementelor de frontieră, Simp. Internaț. ELFIN 6, organizat de SIAC, 2003
66. MUNTEANU GH. M., Aplicarea pe calculator a metodei elementului finit, Lito. Universitatea din Brașov, 1979
67. MUR G., Edge elements, their advantages and their disadvantages, IEEE T.M. Vol.30, Nr.5, September 1994, p.3552-3555
68. MURA T., SHODJA M.H., HIROSE Y., Inclusion problems, A.M.R., Vol.49, Nr.10, Part 2, 1996
69. MUSHELISHVILI N.I., Nekotorie osnovye zadaci matematicheskoi teorii uprugosti, Izd.“Nauka”, Moskva, 1966
70. MUSHELISHVILI N.I., Singular Integral Equations, Wolters-Noordhoff Publ., Groningen, Netherlands, 1972

## N

1. NADAI A., Theory of Flow and Fracture of Solids, Izd. “MIR, Moskva, 1969, Tom 2
2. NAHTA R., MORAN B., Domain integrals for axisymmetric interface crack problems, I.J.S.S., Vol.30, Nr.15, 1993
3. NAITO K., FUJII T., Fatigue-fractured surfaces of epoxy adhesives and fractals under mode i cyclic loading, J.S.M.E., Int Journal, Series A, Vol.41, Nr.3, 1998
4. NAKAMURA T., PARKS M.D., Determination of elastic T-stress along three-dimensional crack fronts using an interaction integral, I.J.S.S., Vol.29, Nr.13, 1992
5. NAKAMURA T., SAITO K., ARAKI S., Effect of a Microdefect ahead of a Main Crack on Strength of Solids, (Exact Solution of the Main Crack-Microdefect Interaction Model), JSME International Journal, Series A, Vol.39, Nr.2, 1996
6. NAZAROV A.S., SEMENOV N.B., Asimptotica rešenii zadaci mehaniki treščin v momentnoi postanovke, I.U.P. Nr.15/1986, p.118-135
7. NEMIROVSKII IU.V., MIRENKOV V.E., Ob issledovanii napriajenovo sostoianii v plastinke vîpuklîm poligonalnîm otverstiem, P.M. Tom 14, Nr.1, 1978
8. NEMIŞ V.N., K obosnovaniu metoda vozmušceniia triohmernîh zadaciah mehaniki deformiruemîh sred, P.M., Tom 13, Nr.12, 1977
9. NEMIŞ V.N., Raspredelenie napriajenii okolo zamknutîh osesimetricinîh polostei i vklucenii pri kruzenii, P.M., Tom XIII, Nr.11, 1977
10. NEUBER H., Kerbspannungslehre, Springer Verlag, Berlin, 1985
11. NICHOLS R.W., BURDEKIN F.M., COWAN A., ELLIOTT D., INGHAM T., The Use of Critical Crack Opening Displacement Techniques for the Selection of Fracture Resistant Materials, In: “Proceedings of the Symposium on Fracture Concepts for Weldable Structural Steel”, Risley, April 1969, Editor: M.O. DOBSON
12. NICOLESCU L.J., STOKA M.I., Matematici pentru ingineri, Vol. I, II, Editura Tehnică, București, 1971
13. NINGSHENG Z., PAUL F.J., A Nonlinear Finite Element Eigenanalysis of Singular Plane Stress Fields in Bimaterial Wedges Including Complex Eigenvalues, I.J.F. 90, 1998, p.175-207
14. NISHIOKA T., Computational dynamic fracture mechanics, I.J.F. 86, 1997, p.127-159
15. NISHIOKA T., Concepte de bază și dezvoltări recente în mecanica ruperii dinamice, Mecanica Ruperii – Bul. ARMR, part.I: Nr.8/2000, p.4-11, part.II: Nr.9/2000, p.2-7
16. NISHIOKA T., KATO T., An alternating method based on the VNA solution for analysis of damaged solid containing arbitrarily distributed elliptical microcracks, I.J.F. 89, 1998, p.159-192
17. NOBLE B., HUSSAIN M.A., Exact solution of certain dual series for indentation and inclusion problems, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.1149-1161
18. NODA N., ASHIDA F., Thermal shock in a transversely isotropic cylinder containing an annular crack, I.J.S.S., Vol. 30, Nr.3, 1993, p.427-440
19. NODA N., JIN ZHI-HE, Thermal stress intensity factors for a crack in a strip of a functionally gradient material, I.J.S.S., Vol. 30, Nr.8, 1993, p.1039-1056
20. NODA N., WANG Q., (s.a.), Singular Integral Equation Method in the Analysis of Interaction between

Rectangular Inclusions, JSME Int. J., Series A, 40, Nr.3, 1998

21. NORRIE H.D., G deVRIES, An introduction to finite element analysis, London, 1978
22. NOVIJLOV V.V., K osnovom teorii ravnovestnih treščin v uprugih telah, P.M.M., Tom XXXIII, 1969
23. NOVIJLOV V.V., O neobhodimom i dostatocinom kriterii hrupkoi prochnosti, P.M.M., Tom XXXIII, 1969
24. NOVIJLOV V.V., O plasticheskem razrivenii, P.M.M., Tom XXIX, 1965
25. NOVIJLOV V.V., Teoriia uprugosti, Sudpromgiz, Leningrad, 1957
26. NOWAK J.A., BREBBIA A.C., The Multiple-Reciprocity Method. A New Approach for Transforming BEM Domain Integrals to the Boundary, Engineering Analysis with Boundary Elements, 1989, Vol.6, Nr.3
27. NULLER B., KARAPETIAN E., KACHANOV M., On the Stress Intensity Factor for The Elliptical Crack, I.J.F. 92, 1998, L17-L20

## O

1. OCHI M., HATO S., ABE T., Numerical analysis of deformation of rubber composite material (Tensile deformation under plane strain), JSME Int. Journal, Series I, Vol.35, Nr.4, 1992
2. OCHIAI YOSHIHIRO, Generation method of distributed data for FEM analysis, JSME Int. J., Series A, Vol.39, Nr.1, 1996
3. OLARIU V., PREPELITĂ V., Teoria distribuțiilor, funcții complexe și aplicații, Editura Științifică și Encicl., Buc., 1986
4. OLESIAK Z., SNEDDON I.N., The distribution of surface stress necessary to produce a penny-shaped crack of prescribed shape, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.863-873
5. OLSZAK WACŁAW, PIOTR PERZYNA, ANTON SAWCZUK, Teoria plasticității, Editura Tehnică, București, 1970
6. OLTEANU N.Gh., PÂRVU E.A., Metode de discretizare a continuului în vederea rezolvării diferențelor tipuri de probleme de mecanică, Vol.II. Metoda elementelor finite, I.N.I.D., București, 1972
7. ONICESCU O., Prinzipiile teoriei probabilităților, Editura Academiei R.S.R., București, 1969
8. ONICESCU O., Probabilități și procese aleatoare, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1977
9. ONUKI T., WAKO S., Novel boundary element formulation in hybrid FE-BE method for electromagnetic field computations, IEEE T.M., Vol.28, Nr.2, March 1992, p.1162-1165
10. ONUKI T., WAKO S., HATTORI T., Hybrid finite and boundary element method applied to nonlinear magnetic field analysis, IEEE T.M. Vol.30, Nr.5, September 1994, p.2908-2911
11. OSADCIUK A.V., Sistema prodolină treşcin razlicinoi din în pologoi țilindriceskoi obolocike, FMPDS, 1978, p.45-51
12. OSADCIUK A.V., Uprugoe ravnovenii zamknutoi obolociki s sistemoi raspolojennih paralellină trešcin, FMPDS, 1978, p.51-58
13. OSADCIUK V.A., ş.a., Naprijennoe sostoianie neodnorodnoi pologoi sfericeskoi obolociki s trešcinoi, P.M., Tom 13, Nr.6, 1977
14. OSMOLOVSKII G.V., Variationala zadacia ob ustoicivosti trešcini, I.U.P. Nr.15/1986, p.135-146
15. OWEN M.D., ş.a., Experimental Determination of Dynamic Crack Initiation and Propagation Fracture Toughness in Thin Aluminium Sheets, I.J.F. 90, 1998, p.153-174
16. OZTURK M., ERDOGAN F., Axisymmetric crack problem in bonded materials with a graded interfacial region, I.J.S.S. Vol. 33, Nr.2, 1996
17. O'DOWD N.P. and BUDDEN P.J., The effects of mismatch on  $J$  and  $C^*$  for interfacial cracks in plane and cylindrical geometries, din Mis-Matching of Interfaces and Welds, editat de SCHWALBE K.H. & KOÇAK, 1997, p.221-232.
18. O'DOWD N.P., BUDDEN P.J. and GRIFFITHS E.R.J. Finite element analysis of a bi-material sent specimen under elastic-plastic loading,
19. O'DOWD N.P., Applications of two parameter approaches in elastic-plastic fracture mechanics E.F.M..52, Nr.3, 1995, p.445-465
20. O'DOWD N.P., LEI Y., BUSSO E.P., Prediction of cleavage failure probabilities using the Weibull stress, E.F.M. Vol. 67, 2000, p.87-100.
21. O'DOWD N.P., KOLEDNIK O., NAUMENKO V.P., Elastic-Plastic analysis of biaxially loaded center-cracked plates, I.J.S.S. 36, 1999, P. 5639-5661
22. O'DOWD N.P., LEI Y., WEBSTER G.A., Fracture Mechanics analysis of a crack in a residual stress field
23. O'DOWD N.P., LEI Y., WEBSTER G.A., The effect of residual stresses on the fracture behaviour of a ferritic steel
24. O'DOWD N.P., LEI Y., WEBSTER G.A.,  $J$  estimation and defect assessment for combined residual stress and mechanical loading

## P

1. PACOSTE C., STOIAN V., DUBINĂ D., Metode moderne în mecanica structurilor, Ed. Științifică și

Enciclopedică, Buc., 1988

2. PALAZZO V., ROSATI L., VALOROSO N., Computational Issues of General Isotropic Elastoplastic Models, European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2000, Barcelona, Sept.2000
3. PAN E., A general boundary element analysis of 2-D linear elastic fracture mechanics, I.J.F. 88: 41-59, 1997
4. PAN J., SHIH F.C., Elastic-plastic analysis of combined mode I, II and III crack-tip fields under small-scale yielding conditions, I.J.S.S., Vol.29, Nr.22, 1992, p.2795-2814
5. PANĂ T., Aplicații ingineresti ale mecanicii ruperilor, Editura Tehnică, Buc., 1974
6. PANĂ T., Mecanica ruperii materialelor, Editura T.Pană et Co. SNC, Buc., 1992
7. PANASIUK V.V., Predelinoe ravnovesie hrupkikh tel s treščinami, Izd. "Naukova Dumka", Kiev, 1968
8. PANASIUK V.V., ş.a., Osesimetricinaia uprugaia zadacia dlia poluprostranstva s tonkim vkluceniem, M.T.T. Nr.2/1982, p.65-69
9. PANASIUK V.V., ANDREIKIV A.E., K teorii opredeleniiia kriticeskovo raskrītia treščinī, Izd. An. SSSR, Mehanika i mašinostroenie, Nr.1, 1959
10. PANASIUK V.V., ANDREIKIV A.E., STADNIK M.M., Dolgovecinosti kvasihrupkogo tela s vnutrennoi treščinoi blizkoi v plane k krugovoi pri tıkliceskom nagrujenii, P.P., Nr.5, 1977
11. PANASIUK V.V., SAVRUK M.P., DATİŞIN A.P., Dvoikoperiodiceskaia zadacia teorii treščin, P.P., Nr.12, 1976, p.63-68
12. PANASIUK V.V., SAVRUK M.P., DATİŞIN A.P., Raspredelenie napriajenenii okolo treščin v plastinah i obolocikah, Kiev, "Naukova Dumka", 1976
13. PANASIUK V.V., SAVRUK M.P., SOLTIS I.F., Periodiceskaia zadacia termouprugosti dlia tela s termoizolirovannimi treščinami, P.P., Nr.7, 1976
14. PANASIUK V.V., STADHUK M.M., SILOVANIUC V.P., Koncentrația napriajenii v trohmersih telah c tonkimi vkluceniami, Kiev, "Naukova Dumka", 1986
15. PANASIUK V.V., VITVIȚKII P.M., KUTENI S.I., Uprugo-plasticskoe ravnovesie plastinki s prikraevoi treščinoi, P.M., T.15/1
16. PARIHAR S.K., RAO KRISHNA S.V.J., Axisymmetric stress distribution in the vicinity of an external crack under general surface loadings, I.J.S.S. 30, Nr.18, 1993
17. PARIS PAUL, Concepts in Fracture Mechanics, Course Notes from TV Course, St. Louis, 1985
18. PARK Y.G., JUNG H., HAHN S., An adaptive boundary element method for 3-D eddy current computation using local error estimation, IEEE T.M. Vol.30, Nr.5, September 1994, 3543-3546
19. PARTON V., PERLINE P., Équations intégrales de la théorie de l'élasticité, Izd., "MIR", Moscov, 1977
20. PARTON V., PERLINE P., Méthodes de la théorie mathématique de l'élasticité, Vol. I, II, Izd., "MIR", Moscou, 1983
21. PASCARIU I., Elemente finite. Concepții-Aplicații. Editura Militară, București, 1985
22. PASTRAMĂ D.Ş., Contribuții la studiul tensiunilor și al factorului de intensitate al tensiunii la învelișuri cu fisuri de suprafață, Teză de doctorat, 1997, Univ. Polit., Buc.
23. PASTRAMĂ D.Ş., O nouă abordare a metodei funcției de pondere în mecanica ruperii, Buletinul ARMR Nr.5, 1998, p.8-12
24. PAULINO H.G., SAIF A.T.M., MUKHERJEE S., A finite elastic body with a curved crack loaded in anti-plane shear, I.J.S.S., Vol.30, Nr.8, 1993, p.1015-1037
25. PAVEL PARASCHIVA RUS A.I., Ecuări diferențiale și integrale, Editura Didactică și Pedagogică, Buc., 1975
26. PELEH B.L., Koncenrația napriajeniokolo otverstii pri izghibe transversalno izotropnîh plastin, Kiev "Naukova Dumka", 1977
27. PELEH B.L., LAZIKO V.A., MAHNİTKII R.N., Koncenrația napriajenii vozle krugovo otverstii v ortotropnîh plastinkah s uciotom deformații sdvig, P.M., Tom XII, Nr.6, 1979, p.62-86
28. PELEH B.L., LAZIKO V.A., POLEVOI B.N., Procinosti transvernalino-izotropnoi plastinki s ellipticeskim vîrezom v staționarmen temperaturnom pole, P.P., Nr.5, 1977, p.17-18
29. PELEH B.L., POLEVOI B.N., Razrešaiuscie uravneniia termouprugosti transversalino izotropnîh obolocek v complexnoi forme i ih priloeniia v zadaciõ koncenratatii napriajenii, P.M., Tom XIII, Nr.7, 1977
30. PELEH B.L., SIASKII A.A., Raspredelenie napriajenii vozle otverstii v podativih na sdvig anizotropnîh obolocikah, Izd. "Naukova Dumka", Kiev, 1975
31. PENG SHOUKANG, HAO PAN, Reinvestigation of Elastic-Plastic Growth of Mode III Cracks in POWER Law Hardening Materials, I.J.F. 88, 1997
32. PETCU V., SOARE M., SVASTA C., Automatizarea calculului de rezistență în construcții. Programme BASIC, Ed.Teh., Buc., 1989
33. PETERSON R.E., Stress concentration factors, John Wiley & Sons, New-York, 1974
34. PETRILA TITUS, GHEORGHIU I.C., Metode element finit și aplicații, Editura Academiei R.S.R., Buc., 1987
35. PETROV V. Iu., Ob opredelenii formi ravnoprocincih kontov tonkovo vîreza v usloviah kručenia, I.U.P.

Nr.15, 1986, p.158-163

36. PICU R.C., Stress singularities at vertices of conical inclusions with freely sliding interfaces, I.J.S.S. Vol.33, Nr.17, 1996
37. PISARENKO G.S., NAUMENKO V.P., VOLKOV G.S., K apredeleniiu koeffi- tienta intensivnosti napriajenii v obrazte s bokovimi pazami, P.P., Nr.10, 1977
38. PISARENKO G.S., NAUMENKO V.P., VOLKOV G.S., Vliianie stesnennosti deformații na viazkosti razrušeniiia plasticinîh stalei, P.P., Nr.11, 1977, p.45-50
39. PISSARENKO G., YAKOVLEV A., MATVEEV V., Aide mémoire des matériaux, Editions "MIR", Moscou, 1979
40. POBEDRIA B.E., ŞEŞENIN S.V., HOLMATOV T., Zadacia v napriajeniiia, Taškent, Izd. "FAN", Uzbekskoi SSR, 1988
41. PODGORNII A.N., GUZI I.S., MILEŠKIN M.B., Issledovanie zakonomernostoi razvitiia i tormojeniiia bîstrîh trešcin pri razrušenii sloistah metalliceskih materialov, P.P., Nr.1, 1977, p.9-13
42. PODGORNII A.N., MARCENKO G.A., PUSTÎNNIKOV V.I., Osnovî i metodî prikladnoi teorii uprugosti, Kiev, "Vîšaia Škola", 1981
43. PODILCIUK Iu.N., KOBZARI Iu.M., O konfrentații napriajenii v transversalino izotropnoi srede vozle ghiperboloidalinoi vitociki, P.M., Tom XVII, Nr.11
44. PODILCIUK Iu.N., O napriajenom sostoionii s jestkim ellipsoidalinîm vkliuceniem, P.M., Tom XV, Nr.10, 1979
45. POKLUDA JAROSLAV, Tortuous Cracks under Remote Mode I: The Statistical LEFM Approach, Zeszyty Naukove Politechniki Opolskiej, Seria: Mechanika z.67, Nr. Kol. 264, 2001
46. POLOJII G.N., Teoriia i primenie p-analiticeskikh i(p,q)-analiticeskikh funkțiï, Kiev, "Naukova Dumka", 1973
47. PONOMARIOV S.D., ş.a., Calculul de rezistență în construcția de mașini, (traducere din limba rusă), Editura Tehnică, București, Vol.I-1960, Vol.II-1963, Vol.III-1964
48. POSEA N., Rezistența materialelor, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979
49. POVSTENKO Iu. Z., Raspredelenie napriajenii i konfrentații primesei v pripoverhnostnom sloe na granițe tviordogo tela, obuslovlennoe skacikoobraznîm izmeneniem povernostnoi energhii, P.M., Tom XVII, Nr.4, 1981
50. POTERAȘU F.V., MIHALACHE N., Elemente de contur. Aplicații., Editura Militară, București, 1992
51. POVSTENKO V. Iu., Uprugoe vzaimodeistvie tocecinogo defekta s trešcinoi, FMPDS, 1978, p.73-77
52. POUYA AHMAD, Une transformation du probleme de l'élasticité linéaire en vue d'application au problème de l'inclusion et aux fonctions de Green, C. R. Acad. Sci., Paris, T.328, Série lib, p.437-443, 2000
53. PRASAD V.N.N., ALIABADI H.M., The dual boundary element method for transient thermoelastic crack problems, I.J.S.S. Vol.33, Nr.19, 1996
54. PRECUPANU T., Spații liniare, topologice și elemente de analiză complexă, Ed. Acad. Române, București, 1992
55. PROȚENKO A.M., Teoriia uprugo-idealnoplasticesohih robab, Izd. "Nauka", Moskva, 1982

## Q

1. QIN QING-HUA, Thermoelectroelastic Green's Function for a Piezoelectric Plate Containing an Elliptical Hole, Mechanics of Materials 30, 1998, p.21-29
2. QIN QING-HUA, Thermoelectroelastic Green's Function for a Thermal Load Inside or on the Boundary of an Elliptic Inclusion, Mechanics of Materials 31, 1999, p.611-626
3. QIN QING-HUA, Thermoelectroelastic solution for elliptic inclusions and application to crack-inclusion problems, Applied Mathematical Modelling 25, 2000, p.1-23
4. QIN Q-H, GREEN function and its application for a piezoelectric plate with various openings, Archive of Applied Mechanics 69, 1999, p.133-144
5. QIN Q-H, Thermopiezoelectric interaction of macro- and micro-cracks in piezoelectric medium, Theoretical and Applied Fracture Mechanics 32, 1999, p.129-135
6. QIN Q-H, General solutions for thermopiezoelectrics with various holes under thermal loading, I.J.S.S. 37, 2000, p.5561-5578
7. QIN Q-H, YU S.W., Fracture and damage analysis of a cracked body by a new boundary element model, Communications in Numerical Methods in Engineering, Vol. 13, 1997, p.327-336
8. QIN Q-H, YU S.W., Effective moduli of piezoelectric material with microcavities, I.J.S.S. 35, Nr.36, 1998, p.5085
9. QIN Q-H, MAI Y-W, A closed crack tip model for interface cracks in thermopiezoelectric materials, I.J.S.S. Vol. 36, 1999, p.2463-2479
10. QIN Q-H, MAI Y-W, YU S.W., Some problems in plane thermopiezoelectric materials with holes, I.J.S.S. 36, 1999, p.427-439

R

1. RABOTNOV I.N., Mehanika deformiruenovo tviordovo tela, Moskva "Nauka", 1979
2. RACOVEANU N., DODESCU GH., MINCU T., Metode numerice pentru ecuații cu derivate parțiale de tip probabilistic, Editura Tehnică, București, 1976
3. RAHMAN M., Some Problems of a Rigid Elliptical Disk-Inclusion Bonded Inside a Transversely Isotropic Space: Part I, II, Transactions of the ASME, Vol.66, 1999
4. RANESTAD O, ş.a., Two-Parameter (J-M) Description of Crack Tip Stress-Field for an Idealized Weldment in Small Scale Yielding, I.J.F. 88,1997
5. RAO B.N., RAHMAN S., Mesh-Free Analysis of Cracks in Isotropic Functionally Graded Materials, Eng. Fract. Mec.,April 2002
6. RAO B.N., RAHMAN S., Probabilistic fracture mechanics by Galerkin meshless methods. Part I: Rates of stress intensity factors, Computational Mechanics 28 (2002), p.351-364, Part II: Reliability analysis, Computational Mechanics 28 (2002), p.365-374
7. RAU I.S., On fatigue-crack propagation under stationary random loading, I.J.E.S. Vol. 8, 1970, p.175-189
8. RAVEENDRA T.S., BANERJEE K.P., Boundary element analysis of cracks in thermally stressed planar structures, I.J.S.S., Vol.29, Nr.18, 1992
9. REKACI V.G., Rukovostvo k rešeniu zadacii po teorii uprugosti, Izd. "Višaia Šcola", Moskva, 1966
10. REKTORYS K., Variationnîe metodî v matematicheskoi fizike i tehnike, Moskva, "MIR", 1985
11. RÎJIK M.I., GRADSTEIN S.I., Tablî integralov, sum riadov; proizvedenii, Gostehteorizdat Moskva, 1951
12. RITTEL D., Thermomechanical aspects of dynamic crack initiation, I.J.F. 99, 1999, p.199-209
13. RIZZOLI I., Introducere în teoria funcțiilor de o variabilă complexă, Editura Universității din București, 1999
14. RODIN J.G., The overall elastic response of materials containing inhomogeneities, I.J.S.S. Vol.30, Nr.14, 1993, p.1849-1863
15. RODIN J.G., HWANG YUH-LONG, On the problem of linear elasticity for an infinite region containing a finite number of non-intersecting spherical inhomogeneities, I.J.S.S. Vol.27, Nr.2, 1991, p.145-159
16. ROMANIN N.O., Viazkosti razrušeniiia konstruktionnîh stalei, Moskva "Metalurghia", 1979
17. ROOKE D.P., SNEDDON I.N., The crack energy and the stress intensity factor for a cruciform crack deformed by internal pressure, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.1079-1089
18. ROOKE D.P., TWEED J., The stress intensity factors of a radial crack in a finite rotating elastic disc, I.J.E.S. Vol.10, 1972, p.709-714
19. ROOKE D.P., TWEED J., The stress intensity factor of an edge crack in a finite rotating elastic disc, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.279-283
20. ROOKE D.P., TWEED J., The stress intensity factors of a radial crack in a point loaded disc, I.J.E.S., 1973, Vol.11, p.285-290
21. ROY A., CHATTERJEE M., Interaction between coplanar elliptic cracks . 1.Normal loading, I.J.S.S. 31, Nr.1, 1994, p.127-144
22. ROZENBLIUM J.V., K teoreme o razgruzke, Issledovaniia po uprugosti i plasticinosti, Sbornic 9, 1971, p.121-128
23. ROZIN L.A., Variationnîe postunovki zadaci dlia uprughih obrobab, Izd. Leningradskovo Universiteta, 1978
24. RU Q.C., Analytic Solution for ESHELBY's Problem of an Inclusion of Arbitrary Shape in a Plane or Half-Plane, J.A.M. 66, 1999
25. RUBINSTEIN A.A., Remarks on macrocrack-microcrack interaction and related problems, I.J.F. 96,1999, L9-L14
26. RUSU OLIVIU, Noțiunile fundamentale ale mecanicii ruperii, Buletinul Asociației Române de Mecanica Ruperii (ARMR) Nr.1, 1996, p.5-9; Nr.2/1996, p.2-10
27. RUSU OLIVIU, Metode probabilistice în analiza integrității structurilor, Buletinul ARMR Nr.6, 1998, p.11-16, Buletinul ARMR Nr.7, 1999, p.13-18
28. RUSU OLIVIU, Mecanica probabilistă și fiabilitatea structurilor. Note pe marginea unei conferințe, Buletinul ARMR Nr.13, 2002, p.22-25
29. RUSU OLIVIU, GALL TRAIAN, Probleme moderne ale rezistenței materialelor, Editura Tehnică, Buc., 1970
30. RUSU O., TEODORESCU M., LAȘCU-SIMION N., Obiectele materialelor, Vol.I: Baza de calcul, Vol.II: Aplicații inginerești, Editura Tehnică, București, 1992
31. RYSZARD E. W., Dynamic Growth of a Sherical Inclusion in Thermoelastic Medium, Mater. Phys. Mech., Nr.3, 2001, p.52-56
32. RYVKIN M., A mode I crack parallel to the interfaces in a periodically layered medium, I.J.F. 99, 1999, p.171-186

## S

1. ŞABAC I.GH., Matematici speciale, Vol.II, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1965, 1981
  2. SALGANIK R.L., O hrupkom razrušenii skleenih tel, P.M.M., Tom 28, Nr.5, 1963
  3. SANTHANAM S., Infinite periodic array of cracks in axisymmetric disking, I.J.S.S., Vol.30, Nr.6, 1993, p.739-749
  4. SAOUMA E.V., Lecture Notes in Fracture Mechanics, University of Colorado, 1997
  5. SAVIN N.G., Osnovnîe zadaci ploskoi momentnoi teorii uprugosti, K.N./v.2, p. 145-
  6. SAVRUK M.P., Dvumernea zadaci uprugosti dlia tel s trešinami, Kiev, "Naukova Dumka", 1981
  7. SBORNIK, Uprugosti i neuprugosti metallov, Izd. "I.L." Moskva, 1954
  8. SCHAPERY A.R., Nonlinear viscoelastic and viscoplastic constitutive equations with growing damage, I.J.F. Vol. 97, 1999, p.33-66
  9. SCHIOP I.A., Metode numerice pentru rezolvarea ecuațiilor diferențiale, Ed. Academiei R.S.R., București, 1975
  10. SCHULTHEISZ R.C., §.a., An Experimental/Analytical comparison of Three-Dimensional Deformations of the Tip of a Crack in a Plastically Deforming Plate, I/Optical Interferometry and Experimental Preliminaries, I.J.F. 90, 1998, p.1-25
- /Material Characterization and Finite Element Analysis, I.J.F. 90, 1998, p.27-46
- III-/Comparison of Numerical and Experimental Results, I.J.F. 90, 1998, p.47-81
11. SEDOV L., Mecanique des milieux continus, (Tom I, II), Ed. MIR, Mokva, 1975
  12. SEDOV L.I. (redactor), Mehanike tverdyh deformiruemyh tel, Tom 8, Moskva, 1975
  13. SELVARATHINAM S.A., Fracture in Off-Axis Unidirectionally Reinforced Ceramic Composites, I.J.F. 90, 1998, p.209-234
  14. SERGEEV B., MADENCI E., AMBUR D.R., Stress intensity factor for an arbitrarily oriented crack near a hole in longeron web, T.A.F.M. 31, 1999, p. 213-222
  15. SERGEEV B., MADENCI E., AMBUR D.R., Influence of bolt spacing and degree of anisotropy in single-lap joints, Computers and Structures 76, 2000, p. 89-103
  16. SERGIESCU V., Introducere în fizica solidului, Editura Tehnică, București, 1956
  17. SEVCENKO IU.H., Cislenie metodă reșenia prikladnih zadaci, Vol. VI din (redactor) GUZI N.A., Prostranstvennie zadaci teorii uprugosti i plasticnosti, Kiev, "Naukova Dumka", 1986
  18. ŠEVLIAKOV IU.A., Matricinė algoritmė teorii uprugosti neodnorodn̄h sred, Kiev, "Višaia Šcola", 1997
  19. SEVOSTIANOV T., KACHANOV M., Compliance tensors of ellipsoidal inclusions, I.J.F. 96, 1999, L3-L7
  20. SHABAKHTY N., van GELDER P., BOONSTRA H., Reliability analysis of jack-up platforms based on fatigue degradation, Proceedings of OMAE 2002-28360
  21. SHAVLAKADZE N., On Some Contact Problems for Bodies with Elastic Inclusions, Georgian Mathematical Journal, Vol.5, Nr.3, 1998, p.285-3000
  22. SHI JUN PING, LIU XIE HUI, CHEN YI HENG, A complex variable boundary element method for solving interface crack problems, I.J.F. 96, 1999, p.167-178
  23. SHI P.J., CHEN Y.H., ZHAO L.G., T-stress for an interfacial crack in a finite bimaterial plate, I.J.F. 87, 1997, p. L21-L26
  24. SHI P., MAHADEVAN S., Probabilistic Corrosion Fatigue Life Prediction, 8th ASCE Speciality Conference Probabilistic Mechanics and Structural Reliability
  25. SHIFRIN E.I., BRANK B., SURACE G., Analytical-numerical solution of elliptical interface crack problems, I.J.F. 94, 1998, p.201-215
  26. SHILANG XU, HANS W. REINHARDT, Determination of double-K criterion for crack propagation in quasi-brittle fracture, Part I: Experimental investigation of crack propagation, Part II: Analytical evaluating and practical measuring methods for three-point bending notched beams, I.J.F. 98, 1999, p.111- 149, 151-177, 179-193
  27. SHINDO Y., WATANABE K., NARITA F., Electroelastic Analysis of Piezoelectric Ceramic Strip with a Central Crack, I.J.E.S. 38, 2000, p.1-19
  28. SHOCKEY D.A., SEAMAN L., CURRAN D.R., Computation of crack propagation and arrest by simulating microfracturing at the crack tip. – In: Fast Fracture and Crack Arrest, ASTM STP 627 (G.T. Hahn, M.F. Kanninen, eds.), 1977, p. 274-285
  29. SHUH-HUEI LI, §.a., Micromechanical analysis of multiple fracture and evaluation of debonding behaviour for fiber-reinforced composites, I.J.S.S., Vol. 30, Nr.11, 1993, p.1429-1459
  30. SIASKII A.A., IAREMA D.I., Neravnomerne podkreplenie krugovogo otverstiiia v sfericeskoi obolocike, Institut mehaniki An. SSSR, Kiev, 1976
  31. ŠIFRIN E.I., Ploskaia treščina normalinovo otriva pri nalicii lineinih sviazei mejdu eio poverhnostiami,

- M.T.T.Nr.3/1982,p.80-86
32. SILVESTER P., High-order polynomial triangular finite elements for potential problems, I.J.E.S., Vol. 7, 1969
  33. SIMONS W. JEFFREY, ş.a., Methods for Modeling Damage in Finite Element Calculations, Osaka Univ., Japan, 1999, p.79-86
  34. SINGER I., Cea mai bună aproximare în spații vectoriale normate prin elemente de subspații vectoriale, Editura Academiei R.S.R., București, 1967
  35. ŞIŞKIN V.P., Cislennoe rešenie nekotorih ploskih kraevih zadaci teorii uprugosti metodom potențiala, M.T.T.Nr.5/1982,p.173-175
  36. SLEPIAN L.I., Antiploskaia zadacia o treşcine v reşetke, M.T.T., Nr.5, 1982, p.101-115
  37. SLIVKER V.I., Metod RITZ zadacia teorii uprugosti osnovannih na posledovatelinoi minimizatii dvuh funkcionalov, M.T.T. Nr.2/1982, p.57-64
  38. SMIRNOV V.I., Curs de matematici superioare, (5 volume – trad. din limba rusă), Editura Tehnică, București, 1955
  39. SMITH E., Size effect relations associated with cohesive zone type fracture at a blunt stress concentration, I.J.F. 95, 1999, p.41-50
  40. SMITH E., The extension of circular-arc cracks in anti-plane strain deformation, I.J.E.S. , Vol.7, 1969, p.973-991
  41. SMITH D.J., AYATOLLAHI M.R., DAVENPORT J.V.W., SWANKIE T.D., Mixed Mode Brittle and Ductile Fracture of a High Strength Rotor Steel at Room Temperature, I.J.F. 94, 1998, p.235-250
  42. SNEDDON I.N., The distribution of surface stress necessary to produce a Griffith crack of prescribed shape, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.875-882
  43. SNEDDON I.N., LOWENGRUB M., Crack Problems in The Classical Theory of Elasticity, John Wiley & Sons, New York, 1969
  44. SNEDDON I.N., BERRY D.S., Klassiceskaia teoria uprugosti, Moskva, 1961
  45. SOARE V. M., Elemente de teoria elasticității, teoria plăcilor plane și teoria plăcilor curbe subțiri. Curs și aplicații, Lito., Inst. de Construcții, București, 1972
  46. SOARE V. M., Metode de discretizare a continuului în vederea rezolvării diferitelor tipuri de probleme de mecanică, Vol.I: Metoda diferențelor finite, Sinteză documentară, I.D.T., București, 1972
  47. SOARE V. M., Structuri discrete și structuri continue în mecanica construcțiilor, Ed. Academiei R.S.R., Buc., 1986
  48. SOKOLNIKOFF I.S., Mathematical Theory of Elasticity, New York, 1956
  49. SOKOLOVSCHI V.V., Teoria plasticității, Editura Tehnică, București, 1953
  50. SOLOMON L., Elasticitate liniară. Introducere matematică în statica solidului elastic, Editura Academiei R.S.R., Buc., 1969
  51. SONGSHAN LI, MARK E. MEAR, Singularity-Reduced Integral Equations for Displacement Discontinuities in Three-Dimensional Linear Elastic Media, I.J.F. 93, 1998, p.87-114
  52. SØRENSEN J.D., FABER M.H., Codified Risk Based Inspection Planning
  53. SOÓS E., TEODOSIU C., Calculul tensorial cu aplicații în mecanica solidelor, Ed. Științifică și Encyclopedică, Buc., 1983
  54. SPRUNG I., Probability of failure in fracture mechanics applications, I.J.F. 89, 1998, L19-L24
  55. SRAWLEY J.E., Linear Elastic Fracture Mechanics – A Review of Principles and Methods, In: "Proceedings of the Symposium on Fracture Concepts for Weldable Structural Steel", Risley, April 1969, Editor: M.O. DOBSON
  56. SRIVASTAV R.P., LEE D., Axisymmetric external crack problems for media with cavities, I.J.E.S.10/1972,p.217-232
  57. SRIVASTAVA K.N., KRIPAL SINGH, The effect of penny-shaped crack on the distribution of stress in a semi-infinite solid, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.469-490
  58. SRIVASTAVA K.N., PALAIYA R.M., The distribution of thermal stress in a semi-infinite elastic solid containing a penny-shaped crack, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.641-666
  59. STADNIK M.M., GORBACEVSKII I.Iu., Predelinoe ravnovesie tela s ploscoi treugolinoi treşcinoi, P.M., Tom 17, Nr.7, 1981
  60. řTAIERMAN I.Ia., Kontaktnaia zadacia teorii uprugosti, Moskva, 1949
  61. STALLYBRASS M.P., A cruciform crack deformed by an arbitrary internal pressure, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.1103
  62. STALLYBRASS M.P., A crack perpendicular to an elastic half-plane, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.351-362
  63. STASIUK K.G., OSIV I.N., Zadacia o napriajenno-deformirovannom sostoianii kusocino-odnovodnoi plastinî s razrezami na eelipticeskoi linii razdela materialov, P.M., Tom XV, Nr.9, 1979
  64. STEMATIU D., Calculul structurilor hidrotehnice prin metoda elementelor finite, Editura Tehnică, București, 1988

65. STOICA L., Elemente de varietăți diferențiable, Geometry Balkan Press, Buc., 1998
66. STOICESCU L., Rezistența materialelor, Vol. 1, Univ. din Galați, 1986, (curs lito)
67. STOILOW S., Teoria funcțiilor de variabilă complexă, Editura Academiei R.P.R., Buc., Vol.I- 1954, Vol.II- 1958
68. STOKA M., Funcții de variabile reale și funcții de variabilă complexă, Ed. Did. și Ped., București, 1964
69. STOKA M., THEODORESCU R., Probabilitate și geometrie, Editura Științifică, București, 1966
70. STRANG G., FIX J.G., An analysis of the finite element method, Prentice-Hall, 1973
71. STROUD W.J., ș.a., Probabilistic and Possibilistic Analysis of the Strength of a Bonded Joint, 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, April 2001, Seattle, WA.
72. STUART D.R., Introducere în analiza Fourier cu aplicații în tehnică, (trad. din lb engleză), Editura Tehnică, București, 1971
73. SUDAK L.J., RU C.Q., SCHIAVONE P., MIODUCHOVSKI A., A Circular Inclusion with Circumferentially Inhomogenous Non-Slip Interface in Plane Elasticity, Q.J.Mech. Appl. Math., 54(3), p.449-468, 2001
74. SUKUMAR N., ș.a., Modeling Holes and Inclusions by Level Sets in the Extended Finite Element Method, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 190, 2001, p. 6183-6200
75. SUKUMAR N. , The extended finite element method,
76. SUKUMAR N. , The natural element method in solid mechanics, I.J.N.M.E, 43, 1998, p.839-887
77. SUKUMAR N., BELYTSCHKO T., MOES N., MORAN B., Extended finite element method for three-dimensional crack modeling, I.J.N.M.E., 48, 2000, p. 1549-1570,
78. SUKUMAR N., CHOPP D.L., MORAN B., Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation, E.F.M. 70, 2003, p. 29-48.
79. SULIM G.T., Koncenrația napriajenii vozle tonkostennih lineinih vklucenii, P.M., Tom XVII, Nr.11, p.82-89
80. SUN C.T., QIAN W., A Treatment of Interfacial Cracks in the Presence of Friction, I.J.F. 94, 1998, p.371-382
81. SUNCELEEV Ia.R., Uprughoe ravnovesie neogranicennovo transversalino-izotropnovo tela, oslablennovo vnutrennim ploskim kpygovim razrezom, P.M.M. Tom 30, Vol.3, 1966, p.579-583
82. SUNDARARAJAN (RAJ) C. (editor), Advance in Probabilistic Fracture Mechanics, ASME, PVP Vol. 92, 1984

## T

1. TADA H., PARIS P., IRWIN G., The Stress Analysis of Crack Handbook, Paris Productions Incorporated (and Del Research Corporation), St. Louis, Missouri, 1973, 1985
2. TANAKA MASATAKA, Some Recent Advances in Boundary Element Methods, A.M.R. Vol.36, Nr.5, 1983
3. TAN L.C., GAO L.Y., AFAGH F.F., Boundary element analysis of interface cracks between dissimilar anisotropic materials, I.J.S.S. Vol.29, Nr.24, 1992, p.3201-3220
4. TAN M.A., MEGUID S.A., Analysis of Bimaterial Wedges Using a New Singular Finite Element, I.J.F. 88,1997, p.373-391
5. TARASIEV S.G., TURPAL A.I., Analiz variantov kvadraticinih pribljenii v nelineinih zadaciah o koncenrații napriajenii, K.N./v.2, p. 167-179
6. TÂRCOLEA C., FILIPOIU A., BONTAŞ S., Tehnici actuale în teoria fiabilității, Editura Științifică și Enciclopedică, București, 1989
7. TEMAM R., Metode numerice de rezolvare a ecuațiilor funcționale, (trad. din lb. franceză), Editura Tehnică., București, 1973
8. TENG HONG, Effective longitudinal shear modulus of a unidirectional fiber composite containing interfacial cracks, I.J.S.S. Vol.29, Nr.12, 1992, p.1589-1595
9. TEODORESCU N, Metode vectoriale în fizica matematică, (Vol. I, II), Editura Tehnică, București, 1954
10. TEODORESCU N., OLARIU V., Ecuații diferențiale și cu derivate partițiale, Editura Tehnică, București, Vol.I-1978, Vol.II-1979, Vol.III-1980
11. TEODORESCU N., OLARIU V., Ecuațiile fizicii matematice, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1975
12. TEODORESCU P.P., ILLE V., Teoria elasticității și introducere în mecanica solidelor deformabile, Editura „Dacia”, Cluj-Napoca, Vol.I-1976, Vol. II-1979, Vol.III-1981
13. TEODORESCU P.P., Probleme plane în teoria elasticității, Ed. Acad. R.S.R., București, Vol.I-1961, Vol.II-1962
14. TEODORESCU P.P., Probleme spațiale în teoria elasticității, Editura Academiei R.S.R., București, 1970
15. TEZUKA AKIRA, 2D Mesh Generation Scheme for Adaptive Remeshing Process in Finite Element Method, JSME Int. Journal, Series A, Vol.39, Nr.2, 1996
16. THEOCARIS S.P., ș.a., Negative Poisson's Ratios in Composites with Star-Shaped Inclusions: A

- Numerical Homogenisation Approach, Archive of Applied Mechanics 67, 1997, p.276-286
17. THEOCARIS S.P., DEMAKOS B.C., The strain-hardening effect in HRR plane fields according to T-criterion, I.J.F. 67, 1994, p.117-132
  18. THOMAS T.Y., Fatigue fracture of brittle solids, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.113-136
  19. TIMOSHENKO S., Strength of Materials, Third Edition, D. van Nostrand Company, Inc. New York, 1956
  20. TIMOSHENKO S.P., GOODIER J.N., Theory of Elasticity, Third Edition, McGraw-Hill Book Company, 1970
  21. TIROL M., Analiza preciziei de estimare a functiilor aleatoare, Ed. Teh., Buc., 1981
  22. TOSHIMITSU OTSU, WEN-XUE WANG, TAKAO Y., Asymmetrical Cracks Parallel to an Interface between Dissimilar Materials, I.J.F. 96, 1999, p.75-100
  23. TRACY Y. THOMAS, Plastic Flow and Fracture in Solids, (limba rusă), Izd. „MIR”, Moskva, 1964
  24. TRÄDEGÅRD A., NILSSON F., ÖSTLUND S., J-Q Characterization of Propagating Cracks, I.J.F. 94, 1998, p.357-369
  25. TRANDAFIR R., Matematici pentru ingineri. Culegere de probleme, Editura Tehnică, Bucureşti, 1969
  26. TRANTINA G.G., JOHNSON C.A., Probabilistic Defect Size Analysis Using Fatigue and Cyclic Crack Growth Rate Data, ASTM, STP 798, 1983, p.67-78
  27. TRAVKIN I.U.I., O sisteme parnih trigonometricheskikh riadov i eio primeneni k simecennim zadaciom teorii uprugosti, P.M., Tom XIII, Nr.6, 1977
  28. TRIPA P., Mecanica ruperii cu aplicatii la conducte, Ed. Mirton, Timisoara, 1998
  29. TRLEP M., ŠKERGET L., KREČA B., HRIBERNIK B., Hybrid finite element – boundary element method for nonlinear electromagnetic problems, IEEE T.M., Vol.31, Nr.3, May 1995, p.1380
  30. TRUESELL C., A First Course in Rotational Continuum Mechanics, The Johns Hopkins Univ., Maryland, 1972
  31. TRUESSELL K., The Elements of Continuum Mechanics, Springer Verlag, Berlin, 1966
  32. TSUKROV I., KACHANOV M., Anisotropic Material with Arbitrarily Oriented Cracks and Elliptical Holes: Effective Elastic Moduli, I.J.F. 92, 1998, L9-L14
  33. TUDOSIE C., Probleme de ecuații diferențiale, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1990
  34. ȚURPAL A.I., Nekotorie zadaci konfentrații napriajenii okolo otverstii i polostei s uciotom fiziceskoi nelineinosti materiale, K.N./v.2, p. 241-253
  35. TVERGAARD V., HUTCHINSON W.J., Effect of T-stress on mode I crack growth resistance in a ductile solid, I.J.S.S., Vol.31, Nr.6, 1994
  36. TWEED J., The determination of the stress intensity factor of a partially closed Griffith crack, I.J.E.S. Vol.8, 1970, p.793-803
  37. TWEED J., The distribution of stress in the vicinity of a penny-shaped crack in an elastic solid under the action of symmetric body forces, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.723-735
  38. TWEED J., The distribution of stress in the vicinity of a Griffith crack in an elastic solid in which body forces are acting, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.815-842
  39. TWEED J., DAS C.S., The stress intensity factor of a radial crack in a finite elastic disc, I.J.E.S., 1972, Vol.10, p.323-335
  40. TWEED J., ROOKE D.P., The distribution of stress near the tip of a radial crack at the edge of a circular hole, I.J.E.S., Vol.11, 1973, p.1185-1195
  41. TWEED J., ROOKE D.P., The torsion of a circular cylinder containing a symmetric array of edge cracks, I.J.E.S. Vol.10, 1972, p.801-812
  42. TWEED J., ROOKE D.P., The stress intensity factor of an edge crack in a finite elastic disc, I.J.E.S., 1973, Vol.11, p.65-73

## U

1. UFLIAND, IA. S., Integralne preobrazovaniia v zadaciah teorii uprugosti, Izd. „Nauka”, Leningrad, 1968
2. UGODCIKOV G.A., Rešenii kraevih zadaci s pomočin konformnich otobrjenii, K.N./v.2, p. 191-200
3. ULITKO Ф.А., Rastijenie uprugogo prostranstva oslablennogo dvummia krugovimi trešcinami lejašcimi v odnoi ploskosti, K.N./v.2, p. 201-208
4. UWADIEGWU B.C., O. EJIKE, The plane circular crack problem in the linearized couple-stress theory, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.947-961
5. UWADIEGWU B.C., O. EJIKE, Edge crack in a strip of an elastic solid, I.J.E.S. Vol.11, 1973, p.109-121

## V

6. VĂDUVA I., Modele de simulare cu calculatorul, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977
7. VAINBERG V.D., Konfentrația napriajenii v plastinah okobo otverstii i vîkruejek, Izd. „Tehnika”, Kiev, 1969
8. VAINBERG V.D., GULIAEV I.V., Konformnoe otobrjenie i raznostei metod v zadaciah o konfentrații napriajenii, K.N./v.2, p. 25-34
9. VAINŠTOK V.A., Sravnienie dvuh cilennih metodov rasciota koefitientov intensivnosti napriajenii, P.P., Nr.9, 1977, p.80-82

10. VALOV V.P., ş.a., O vlianii vnutrennîh mikronapriajenii na skorosti dvijeniaia trescinî pri țigliceskoi deformații, Problemî procinosti, Nr.12, 1976
11. VANIN G.A., Prodolinê sdvig mnogokomponentoi voloknistoi sredî s defectami, P.M., Tom XIII, Nr.8, 1977
12. VASIDZU K., Variationnîe metodî v teorii uprugosti i plasticinosti, Moskva, Izd. "MIR", 1987
13. VASILIEVA B.A., BUTUZOV F.V., Singuliarno vozmușcennîe uravneniia v criticeskikh sluciniah, Izd. Moskovo Univ., 1978
14. VECUA P.N., Sistemî singuliarnîh integralinîh uravnenii i nekotorie zadaci, Izd. "Nauka", Moskva, 1970
15. VENTSEL H, Theorie des Probabilities, Editiones MIR, Moscou, 1973
16. VIGDERGAUZ S.B., Ravnoprocinoe otverstie v poluplaskosti, M.T.T. Nr.1/1982, p.94-98
17. VINOKUROV L.P., Teoriia uprugostii i plasticinosti, Izd. Harikovskovo Universiteta, Harkov, 1965
18. VLADIMIROV V.S., Ecuățiile fizice matematice, (trad. Din lb. Rusă), Ed. Științifică și Enciclopedică, Buc., 1980
19. VLADISLAV T., RAŞA I., Analiză numerică. Elemente introductive, Editura Tehnică, București, 1997
20. VOINEA P. RADU, Elasticity and Plasticity, Lito, Univ. Politehnica București, 1993
21. VOINEA P., VOICULESCU D., SIMION F., Introducere în mecanica solidului cu aplicații în inginerie, Editura Academiei R.S.R., București, 1989
22. VOLKOV S.D., Statisticeskaia teoriia procinosti, Mașghiz, Moskva 1960
23. VOLKOV A.E., Cislennîe metodi, Moskva "Nauka" 1982
24. VOLKOV N.I., FILSTINSKII L.A., O napriajenom sostoianii vrašciaiușcegosia orebrennogo diska slojnoi konfigurații pri nalicii otverstii i treșin, M.T.T., Nr.5, 1982, p.124-129
25. VORODACEV A.N., Opredelenie koefficientov intensivnosti temperaturnîh napriajenii dlja ploskoi elipticeskoi trescinî v neogranicennom uprugom tele, P.M., Tom XVII, Nr.2, 1981
26. VOROVICI I.I., Nekotorîe problemî kontenrații napriajenii, K.N./v.2, p. 45-53
27. VOROVICI I.I., ALEKSANDROV V.M., BABEŞKOV V.A., Neklassiceskie smešcenie zadaci teorii uprugosti, Izd. "Nauka", Moskva, 1974

## W

1. WACLAW OLSZAK, PIOTR PERZYNA, ANTON SAWCZUK, Teoria plasticității, (tr. din lb. pol.), Ed. Tehn., Buc., 1970
2. WALKER E.K., Exploratory Study of Crack-Growth Based Inspection Rationale, ASTM, STP 798, 1983, p.116-130
3. WANG C.C., TRUESDELL C., Introduction to Rational Elasticity, Noordhoff Intern. Publ. Leyden, 1973
4. WANG C., Applied Elasticity, Mc Grow-Hill Publ. Co., 1953
5. WANG H.C., On the Fracture of Constrained Layers, I.J.F. 93, 1998, p. 227-246
6. WANG J., MOGILEVSKAYA S.G., CROUCH S.L., A numerical procedure for multiple circular inclusions and holes in a finite domain with a circular boundary, IABEM 2002, International Association for BEM, UT Austin, TX USA, May 2002
7. WANG J., MOGILEVSKAYA S.G., CROUCH S.L., Numerical implementation of a Galerkin boundary integral method for elastic materials with circular inclusions and holes, Electronic J. of Boundary Elements Vol.BETEQ 2001, Nr.1, p.85-93,2002
8. WANG M.X., GAO S., CHEN H.Y., Further investigation for the macro-microcrack interaction I – in the infinite isotropic body, I.J.S.S. Vol.33, Nr.27, 1996, p.4051-4063
9. WANG T.C., SHIH F.C., SUO Z. Crack extension and kinking in laminates and bicrystals, I.J.S.S. Vol.29,Nr.3,1992
10. WANG Y.B., CHAU K.T., A new boundary element for plane elastic problems involving cracks and holes, I.J.F.87,1997,p.1-20
11. WANG Y.B., CHAU K.T., A new boundary element method for mixed boundary value problems involving cracks and holes: Interactions between rigid inclusions and cracks, I.J.F. 110, 2001, p.387-406
12. WANG Y.C., Two-dimensional elastostatic GREEN's function for general anisotropic solids and generalization of STROH's formalism, I.J.S.S Vol. 31, Nr.19, 1994, p.2591-2597
13. WÄPPLING D., ş.a., Crack Growth Across a Strength Mismatched Bimaterial Interface, I.J.F. 89, 1998, p.223-243
14. WATANABE K., ATSUMI A., Long circular cylinder having an infinite row of penny-shaped cracks, I.J.E.S. Vol.10, 1972, p.159-171
15. WEBB D., ATKINSON C., A note on a penny-shaped crack expanding under a uniform internal pressure, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p.525-530
16. WERT A.C., THOMSON M.R., Physics of solids, McGraw-Hill Book Company, New-York, 1964
17. WIENER U., ISAC-MANIU A, VODĂ V., Aplicații ale rețelelor probabiliste în tehnică, Editura Tehnică, București, 1983
18. WILLIAMS M.L., Stress singularities resulting from various loading conditions in angular corners of plates in

extension,

ASME J.A.M. 19 (1952), p.526-528

19. WILLIAMS M.L., On the stress distribution at the base of a stationary crack, ASME J.A.M. 24 (1952), p.109-114
20. WILLIAMS M.L., The bending stress distribution at the base of a stationary crack, ASME J.A.M. 28 (1961), p.78-82
21. WITT F. J., Development and Applications of Probabilistic Fracture Mechanics for Critical Nuclear Reactor Components, ASME, PVP Vol. 92, 1984, p. 55-71
22. WRIGHT T.W., A Note of Frictional Release in Microcracks, I.J.F.91, 1998, L37-42
23. WU SHU-TING, PAO Y.C., CHIU Y.P., Analysis of a finite elastic layer containing a Griffith crack, I.J.E.S. 8, 1970, p.578-582

X

1. XIAOHUA ZHAO, HUICAI XIE, Elastodynamic Stress Intensity Factors for a Semi-Infinite Crack Due to Three-Dimensional Concentrated Shear Loading on the Crack Faces, I.J.F. 94,1998, p.1-16
2. XU G., BOWER F.A., ORTIZ M., An analysis of non-planar crack growth under mixed mode loading, I.J.S.S. Vol.31, Nr.16, 1994, p.2167-2193
3. XU YANJIANG, BLUME A.J., Crack interaction and propagation stability in a thin film/ substrate system, I.J.S.S 30, Nr.19,1993

Y

1. YAHDAYA N., Risk-based Maintenance Management of Corroded Pipelines
2. YAMADA T., An application of the dual reciprocity boundary element method to magnetic field and eddy current problems, IEEE T.M. Vol.30, Nr.5, September 1994, p.3566-3569
3. YAMAJI S., Development of p-Version Adaptive Boundary Element Analysis System, JSME International Journal, Series A, Vol.41, Nr.2, 1998
4. YANG B., K. RAVI-CHANDAR, A Single-Domain Dual-Boundary-Element Formulation Incorporating a Cohesive Zone Model for Elastostatic Cracks, I.J.F. 93, 1998, p.115-144
5. YAN CHENG, YIU-WING MAI, Numerical Investigation on Stable Crack Growth in Plane Stress, I.J.F. 91, 1998, p.117-130
6. YANG QING-SHENG, QIN Q.H., Numerical simulation of cracking processes in dissimilar media, Composites Structures 53, 2001, p.403-407
7. YAOWU SHI, ş.a., Effects of Weld Strength Undermatch on Fracture Toughness of HAZ Notched Weldments in a HSLA Steel, I.J.F. 91, 1998, p.349-358
8. YE T., SUO Z., EVANS G.A., Thin film cracking and the roles of substrate and interface, I.J.S.S. Vol.29, Nr.21, 1992
9. YOKOBORI T., ICHIKAWA M., FUJITA F., A Stochastic Theory of Fracture of Solids Containing a Small Number of Macroscopic Defects, Rep. Res. Inst. Strength and Fracture of Materials, Tohoku Univ., 1974, Vol.10, p.19-27
10. YOKOBORI T., YOKOBORI T.A., KAMEI A., Computer simulation of dislocation emission from a stressed source, Philosophical Magazine, Vol.30, Nr.2, 1974
11. YONG-LI WU, ZHI-FA DONG, GUO-CHEN U., Asymptotic Analysis for a Crack on Interface of Damaged Materials, I.J.F. 91, 1998, p.47-60
12. YONG LI XU, GREEN's function for general disk-crack problems, I.J.S.S. Vol.32, Nr.1, 1995, p.63-77
13. ZONG LI XU, Stress intensity factors of a radial crack in a compound disk subjected to point loads, I.J.S.S., Vol. 30, Nr.4, 1993, p.499-511
14. YONG ZHOU, HANSON T.M., Stress intensity factors for annular cracks in inhomogeneous isotropic materials, I.J.S.S Vol. 29, Nr.8, 1992, p.1033-1050
15. YOON C., ALLEN H.D., Damage dependent constitutive behavior and energy release rate for a cohesive zone in a thermoviscoelastic solid, I.J.F. 96, 1999, p.55-74
16. YOUNGDAHL C.K., On the completeness of a set of stress functions appropriate to the solution of elasticity problems in general cylindrical coordinates, I.J.E.S. Vol.7, 1969, p. 61-79
17. YU QIAO, YOUSHI HONG, Singularity characteristics for a lip-shaped crack subjected to remote biaxial loading, I.J.F. 96, 1999, p.203-214
18. YUEGUANG WEI, HUTCHINSON W.J., Models of Interface Separation Accompanied by Plastic Dissipation at Multiple Scales, I.J.F. 95, 1999, p.1-17
19. YUH J. CHAO, YHU X.K., J-A2 Characterization of Crack-Tip Fields: Extent of J-A2 Dominance and Size Requirements, I.J.F. 89, 1998, p.285-307

Z

1. ZARGARIAN S.S., Integralnîe uravneniiia ploskoi zadaci teorii uprugosti dlia mnogosviaznîh oblastei s ugiami, M.T.T. Nr.3/1982, p.87-97
2. ZEINALOV N.K., Vipucivanie neogranicennoi tonkoi plastinki s krugovim otverstiem pri dvuhosnom

rastiajenii, P.M., Tom. XIII, Nr. 42, 1977

3. ZENTAO CHEN, §.a., A Griffith Crack Moving Along the Interface of Two Dissimilar Piezoelectric Materials, I.J.F. 91, 1998, p.197-203
4. ZENTAO CHEN, A new photoelastic procedure to determine SIF of mode I crack, I.J.F. 69, 1995
5. ZENTAO C., D. WANG, An over-deterministic photoelastic procedure for mode I crack problems, I.J.F. 67, 1994, R93-R98
6. ZERVOS A., PAPANASTASIOU P., §.a., A Finite Element Displacement Formulation for Gradient Elastoplasticity
7. ZHANG L, §.a., The Mode III Full-Field Solution in Elastic Materials with Strain Gradient Effects, I.J.F. 92, 1998, p.325-348
8. ZHANG NINGSHENG, PAUL F. JOSEPH, A Nonlinear Finite Element Eigenanalysis of Singular Plane Stress Fields in Bimaterial Wedges Including Complex Eigenvalues, I.J.F. 90, 1998, p.175-207
9. ZHANG NINGSHENG, PAUL F. JOSEPH, A Nonlinear Finite Element Eigenanalysis of Singular Stress Fields in Bimaterial Wedges for Plane Strain, I.J.F. 94, 1998, p.299-319
10. ZHANG SULIN, WEI ZANG, Macrocrack Extension by Connecting Statistically Distributed Microcracks, I.J.F. 90, 1998, p.341-353
11. ZHOU ZHENGONG, WANG B., SHANYI DU, Investigation of the Scattering of Harmonic Elastic Antiplane Shear Waves by a Finite Crack Using the Non-Local Theory, I.J.F. 91, 1998, p.13-22
12. ZHU Y.Y., CESCOTTO S., A fully coupled elasto-visco-plastic damage theory for anisotropic materials, I.J.S.S., Vol.32, Nr.11, 1995, p.1607-16415
13. ZIENKIEWICS O.C., The Finite Element Method, Third Edition, McGraw-Hill Book Company, London, 1977