

UNIVERSITATEA POLITEHNICA din TIMISOARA

RAPORT DE CERCETARE

**IMBUNATATIREA PERFORMANTELOR DE COMUNICATIE
IN CONDUCEREA PROCESELOR INDUSTRIALE**

GRANT CNCSIS cod 4

**DIRECTOR DE GRANT
Prof.dr.ing. IVAN BOGDANOV**

CUPRINS

PREFAȚĂ	5
CAPITOLUL 1. INTRODUCERE	7
CAPITOLUL 2. ÎMBUNĂTĂȚIREA RSZ PRIN FILTRARE LINIARĂ	9
2.1. O nouă modalitate de estimare a benzii echivalente de zgomot a unor filtre trece jos realizabile	9
2.2. Utilizarea filtrelor transversale pentru prelucrarea semnalelor periodice	17
2.3. Benzi echivalente de zgomot ale unor filtre numerice	21
2.3.1. Filtru RFI de ordinul N	21
2.3.2. Filtru RII	24
2.4. Filtre numerice echivalente filtrelor analogice transversale	26
CAPITOLUL 3. TRANSFORMAREA UNDIȘOARĂ DISCRETĂ	29
3.1. Codare subbandă cu structură arborescentă	29
3.2. Decodarea în urma codării subbandă	34
3.3. Codarea subbandă cu reconstrucție perfectă folosind sisteme cu structură arborescentă cu filtre realizabile	36
3.4. Transformarea undișoară discretă TUD	39
CAPITOLUL 4. Filtrarea adaptivă neliniară în domeniul transformatei	42
4.1. Metoda "wavelet shrinkage"	42
4.2. Metoda detecției de prag	46
4.3. Metodă originală de filtrare	50
CAPITOLUL 5. REZULTATE EXPERIMENTALE	58
BIBLIOGRAFIE	91

PREFAȚĂ

În procesele industriale, transportul informației este inerent afectat de semnale nedorite suprapuse peste semnalul util. În marea majoritate a cazurilor această suprapunere este de tip aditiv. Perturbațiile sunt semnale aleatoare ce apar fie datorită unor cauze naturale (perturbații electrice atmosferice, propagarea unor unde acustice), sau ca urmare a activității omenești (semnale tranzitorii pe liniile de alimentare, impulsuri parazite provenite de la motoare electrice etc). O altă denumire pentru perturbații este aceea de zgomote. Întotdeauna la intrarea unui receptor este prezent un amestec de semnal util și zgomot. Pentru aprecierea părților de semnal util și de zgomot din cadrul semnalului de la intrarea receptorului se folosește așa-numitul raport semnal pe zgomot, RSZ.

Această mărime reprezintă raportul dintre puterea semnalului util și puterea zgomotului care compun semnalul de la intrarea în receptor. Trebuie afirmat că și în cazul sistemelor pur numerice se utilizează noțiunea de RSZ. În cazul în care RSZ este mic este necesară creșterea sa pentru o bună separare a semnalului util de zgomot, condiție necesară pentru extragerea din semnalul util a informației pe care o poartă. Iată de ce lucrarea de față este dedicată studiului metodelor de creștere a raportului semnal pe zgomot care se utilizează sau s-ar putea utiliza în sistemele de comunicații industriale. Se încearcă o prezentare sistematică și unitară a acestor tehnici. Metodele de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot prezentate sunt exemplificate sugestiv. Nu se insistă asupra rezultatelor experimentale ce se pot obține folosind aceste tehnici și nici asupra metodelor de construcție a sistemelor necesare implementării acestor tehnici, dar sunt citate de fiecare dată lucrări care prezintă aceste aspecte, Scopul lucrării de față este analiza metodelor de îmbunătățire a RSZ prin prisma teoriei prelucrării semnalelor.

Sistemele responsabile pentru îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot trebuie să se comporte selectiv, nelăsând să treacă zgomotul și lăsând să treacă semnalul util. Acesta este motivul pentru care se folosesc de obicei filtre (sisteme cu comportare selectivă în domeniul frecvență). Aceste filtre pot fi sisteme liniare invariante în timp, sisteme liniare variabile în timp sau sisteme neliniare. Amestecul dintre semnalul util și zgomot poate fi aditiv, multiplicativ sau de altă natură. De obicei în studiul sistemelor de comunicații se utilizează modelul aditiv. Având în vedere facilitățile de

calculul ale modelului de semnal de tip zgomot alb (de bandă limitată sau nu), se va folosi pentru zgomot, preponderent, acest model. Un alt model utilizat, datorită frecvenței sale apariții în practică, este cel al zgomotului în impulsuri.

În capitolul 1 sunt trecute în revistă, succint, principalele tehnici de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot cunoscute.

În capitolul 2 sunt prezentate câteva considerente asupra metodelor de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot prin filtrare liniară. Se insistă asupra noțiunii de bandă echivalentă de zgomot atât pentru filtre analogice cât și pentru filtre numerice. Se prezintă o nouă clasă de filtre numerice al căror răspuns în frecvență este o funcție periodică de perioadă diferită de 2π și se studiază calitățile de îmbunătățire a RSZ a acestor filtre.

În capitolul 3 se introduce în mod natural transformarea undișoară discretă din perspectiva teoriei codării în subbenzi. Se prezintă legătura dintre transformarea undișoară discretă și teoria seriilor de undișoare.

Capitolul 4 este dedicat metodelor de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot bazate pe utilizarea transformării undișoară discretă. Au fost alese metodele de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot bazate pe folosirea funcțiilor undișoară deoarece acestea reprezintă cele mai spectaculoase aplicații ale teoriei funcțiilor undișoară care se dezvoltă în prezent. Există numeroase laboratoare în lume ai căror cercetători încearcă să utilizeze teoria funcțiilor undișoară în domeniul comunicațiilor. Se face compresie cu funcții undișoară, codare cu funcții undișoară, transmisie multirezoluție și bineînțeles îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot. În acest capitol este evidențiată proprietatea de decorelare pe care o are transformarea undișoară discretă. Pe baza acestei proprietăți, zgomotul care perturbă aditiv semnalul util devine în domeniul transformatei undișoară discretă un zgomot alb. De aceea în domeniul acestei transformate poate fi utilizată oricare dintre tehnicile de extragere a semnalului util din zgomot alb. Se introduce un nou filtru neliniar adaptiv utilizat în domeniul transformatei undișoară discretă.

În capitolul 5 se prezintă rezultatele experimentale obținute aplicând metoda de creștere a raportului semnal pe zgomot care a fost elaborată în capitolul anterior. Se verifică și se dovedește eficiența utilizării metodei propuse în transmisii numerice folosind semnale sintetizate.

Atât pentru sintetizarea semnalelor utile și a celor patru tipuri de zgomote cât și pentru simularea metodei adaptive de îmbunătățire a RSZ au fost elaborate programe de simulare în limbajul C.

CAPITOLUL 1. INTRODUCERE

Sistemele responsabile pentru îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot trebuie să se comporte selectiv, nelăsând să treacă zgomotul și lăsând să treacă semnalul util. Acesta este motivul pentru care se folosesc de obicei filtre (sisteme cu comportare selectivă în domeniul frecvență). Aceste filtre pot fi sisteme liniare invariante în timp, sisteme liniare variabile în timp sau sisteme neliniare. Amestecul dintre semnalul util și zgomot poate fi aditiv, multiplicativ sau de altă natură. De obicei în studiul sistemelor de comunicații se utilizează modelul aditiv. Având în vedere facilitățile de calcul ale modelului de semnal de tip zgomot alb (de bandă limitată sau nu), se va folosi pentru zgomot, preponderent, acest model.

Fie semnalul $x(t)$, obținut prin perturbarea aditivă cu zgomot alb de bandă limitată, $n_B(t)$, a semnalului util, $s(t)$. Se consideră că banda zgomotului este B și că densitatea sa spectrală de putere este N_0 .

RSZ pentru semnalul $x(t)$ este definit cu relația :

$$RSZ_i = \frac{P_s}{P_{nB}}$$

unde cu P_s am notat puterea semnalului util iar cu P_{nB} puterea zgomotului. După cum se vede definiția este valabilă pentru semnale $s(t)$ de energie infinită dar de putere finită.

Îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot, poate fi realizată prin filtrarea semnalului $x(t)$. Astfel, la ieșirea filtrului se obține semnalul $y(t)$ exprimat cu relația :

$$y(t) = u(t) + n_{B0}(t)$$

unde $u(t)$ reprezintă răspunsul filtrului considerat la semnalul util $s(t)$ iar $n_{B0}(t)$ reprezintă răspunsul aceluiași sistem dar la semnalul aleator $n_B(t)$. RSZ la ieșirea filtrului este :

$$RSZ_0 = \frac{P_u}{P_{nB0}}$$

Îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot se poate aprecia prin valoarea parametrului χ definit astfel :

$$\chi = \frac{RSZ_0}{RSZ_i} \quad (1.1)$$

Admițând că filtrul este ales în așa fel încât :

$$P_u = P_s \quad (1.2)$$

valoarea îmbunătățirii raportului semnal pe zgomot este :

$$\chi = \frac{P_u}{P_{nB0}}$$

Densitatea spectrală de putere a semnalului n_{B0} este legată de densitatea spectrală de putere a semnalului n_B , conform relației [Spă.'87] :

$$\Phi_{nB0} = |H(\omega)|^2 \cdot \Phi_{nB}$$

unde cu $H(\omega)$ s-a notat răspunsul în frecvență al filtrului considerat. Deci :

$$\Phi_{nB0}(\omega) = N_0 \cdot |H(\omega)|^2$$

Rezultă valorile pentru puterea semnalului aleator de la intrare :

$$P_{nB} = \frac{1}{2\pi} \int_B \Phi_{nB}(\omega) d\omega = \frac{N_0}{2\pi} \cdot \int_B d\omega = \frac{N_0 \cdot B}{2\pi} \quad (1.3)$$

și puterea semnalului aleator de la ieșire :

$$P_{nB0} = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_B N_0 \cdot |H(\omega)|^2 d\omega = \frac{N_0}{2\pi} \cdot \int_B |H(\omega)|^2 d\omega \quad (1.4)$$

Îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot este deci :

$$\chi = \frac{B}{\int_B |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (1.5)$$

Deoarece χ este adimensional, rezultă că numitorul membrului drept al ultimei relații are dimensiune de frecvență. De aceea el poartă numele de bandă echivalentă de zgomot a filtrului cu răspunsul în frecvență $H(\omega)$. Deci filtrul cu răspunsul în frecvență $H(\omega)$ trebuie proiectat în așa fel încât banda de trecere a filtrului să conțină banda semnalului util $s(t)$ (prin urmare aceasta trebuie să fie cunoscută) și să aibă o bandă echivalentă de zgomot cât mai mică [Isa'98].

CAPITOLUL 2. ÎMBUNĂȚIREA RSZ PRIN FILTRARE LINIARĂ

Din cele prezentate în primul capitol se deduce importanța cunoașterii benzii echivalente de zgomot a filtrelor.

2.1. O nouă modalitate de estimare a benzii echivalente de zgomot a unor filtre trece jos realizabile

În continuare se consideră că semnalul $s_B(t)$ este de bandă limitată și că spectrul său are o valoare nenulă la $\omega = 0$ (adică avem un semnal de tip "trece jos"). În acest caz $H(\omega)$ trebuie să caracterizeze un filtru trece jos. După cum se știe cel mai frecvent se utilizează filtre trece jos de tip Butterworth, Cebîșev sau Bessel.

Răspunsul în frecvență al unui filtru de tip Butterworth, cu pulsația de tăiere de 1 rad/s, de ordinul n , are proprietatea :

$$|H(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^{2n}} \quad (2.1)$$

În continuare se va aprecia banda echivalentă de zgomot a unor filtre de tip Butterworth de diferite ordine.

Pentru $n = 1$ relația (2.1) devine :

$$|H_1(\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^2}$$

Banda echivalentă de zgomot a filtrului cu acest răspuns în frecvență este :

$$B_{z1} = \int_{-\infty}^{\infty} |H_1(\omega)|^2 d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{1 + \omega^2} = \arctg\omega \Big|_{-\infty}^{\infty} = \pi$$

În această relație s-a considerat că semnalul $n(t)$ este un zgomot alb de bandă nelimitată. În ipotezele capitolului anterior (semnalul $n_B(t)$ zgomot alb de bandă limitată, B), s-ar fi obținut :

$$B_{z1} = \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{d\omega}{1 + \omega^2} = \arctg \omega \Big|_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} = 2 \arctg \frac{B}{2}$$

Pentru $n = 2$, relația (2.1) devine :

$$|H_2(\omega)| = \frac{1}{1 + \omega^4}$$

În această relație membrul drept se poate scrie :

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 + \omega^4} &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \sqrt{2}\omega + 1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega^2 - \sqrt{2}\omega + 1} + \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{\omega}{\omega^2 + \sqrt{2}\omega + 1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega^2 + \sqrt{2}\omega + 1} \end{aligned}$$

Banda echivalentă de zgomot a filtrului cu acest răspuns în frecvență este :

$$\begin{aligned} B_{z2} &= -\frac{1}{2\sqrt{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{\omega d\omega}{\omega^2 - \sqrt{2}\omega + 1} + \frac{1}{2} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{d\omega}{\omega^2 - \sqrt{2}\omega + 1} + \\ &+ \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{\omega d\omega}{\omega^2 + \sqrt{2}\omega + 1} + \frac{1}{2} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} \frac{d\omega}{\omega^2 + \sqrt{2}\omega + 1} \end{aligned}$$

Făcând calculele, obținem :

$$B_{z2} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{B^2 - 2\sqrt{2}B + 4}{B^2 + 2\sqrt{2}B + 4} \right| + \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{B}{\sqrt{2}} - 1 \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \arctg \left(\frac{B}{\sqrt{2}} + 1 \right)$$

Dacă se consideră că $n(t)$ este zgomot alb de bandă nelimitată, atunci :

$$B_{z_2} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{1 + \omega^4} = \lim_{B \rightarrow \infty} \left\{ -\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{B^2 - 2\sqrt{2}B + 4}{B^2 + 2\sqrt{2}B + 4} \right| + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{B}{\sqrt{2}} - 1 \right) + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{B}{\sqrt{2}} + 1 \right) \right\} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

Se observă astfel că dacă se crește ordinul filtrului de la 1 la 2, banda sa echivalentă de zgomot scade de $\sqrt{2}$ ori.

Fără îndoială că n poate fi crescut în continuare dar integralele care trebuie calculate conduc la calcule mult mai laborioase. De aceea în continuare se prezintă niște margini (superioară și inferioară) pentru benzile echivalente de zgomot ale filtrelor Butterworth de diferite ordine. Pentru valori exacte, obținute prin integrare, poate consulta articolul [Naf.'92].

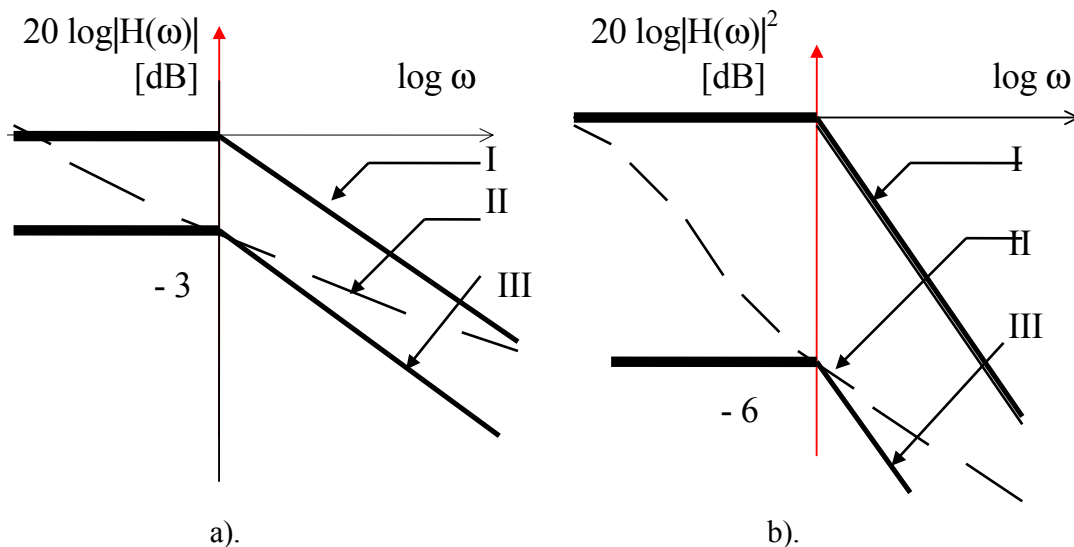


Figura 2.1 a). Caracteristica de modul a răspunsului în frecvență a unui filtru Butterworth de ordinul n ;

b). caracteristica $20 \log|H(\omega)|^2$ pentru un filtru Butterworth de ordinul n .

În figura 2.1a) este prezentată caracteristica de modul a răspunsului în frecvență a unui filtru Butterworth de ordinul n .

În figura 2.1 b). este prezentată caracteristica de modul pentru funcția $|H(\omega)|^2$. Curbele notate cu II din cele două figuri reprezintă caracteristicile reale iar curbele notate cu I sunt caracteristicile asimptotice. Curbele notate cu III au fost obținute trasând paralele la caracteristicile asimptotice prin punctul (0,-3dB) în cazul figurii 2.1a) și prin punctul (0, -6dB) în cazul figurii 2.1b). Observând figura 2.1a) se poate scrie :

$$20 \log |H_I(\omega)| = \begin{cases} 0, & \omega \leq 1 \\ -20n \log \omega, & \omega > 1 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$20 \log |H(\omega)| \leq 20 \log |H_I(\omega)|$$

sau :

$$20 \log |H(\omega)|^2 \leq 20 \log |H_I(\omega)|^2$$

Dar pe baza relației (2.2), se poate scrie:

$$20 \log |H_I(\omega)|^2 = \begin{cases} 0, & \omega \leq 1 \\ -40n \log \omega, & \omega > 1 \end{cases}$$

astfel că $20 \log |H_I(\omega)|^2$ reprezintă tocmai curba I din figura 2.1b). Trecând de la coordonatele logaritmice la coordonate liniare, constatăm :

$$|H_I(\omega)|^2 = \begin{cases} 1, & \omega \leq 1 \\ \omega^{-2n}, & \omega > 1 \end{cases} \quad (2.3)$$

$$|H(\omega)|^2 \leq |H_I(\omega)|^2 \quad (2.4)$$

Graficele acestor funcții sunt prezentate în figura 2.2.

Pe baza relațiilor (2.3) și (2.4) se poate scrie :

$$B_z \leq \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} |H_I(\omega)|^2 d\omega = 2 \int_0^{\frac{B}{2}} |H_I(\omega)|^2 d\omega$$

care pentru $B > 2$ devine :

$$B_z \leq 2 \left(\int_0^1 d\omega + \int_1^{\frac{B}{2}} \omega^{-2n} d\omega \right) = 2 \left(1 + \frac{1}{1-2n} \omega^{-2n+1} \Big|_1^{\frac{B}{2}} \right) =$$

$$= 2 \left(1 + \frac{\left(\frac{B}{2}\right)^{-2n+1}}{1-2n} + \frac{1}{2n-1} \right) = \frac{4n}{2n-1} - \frac{2\left(\frac{B}{2}\right)^{-2n+1}}{2n-1}$$

S-a obținut astfel că marginea superioară a benzii echivalente de zgomot a unui filtru trece jos Butterworth de ordinul n are expresia :

$$B_{z_{sn}} = \frac{4n}{2n-1} - \frac{2\left(\frac{B}{2}\right)^{-2n+1}}{2n-1}$$

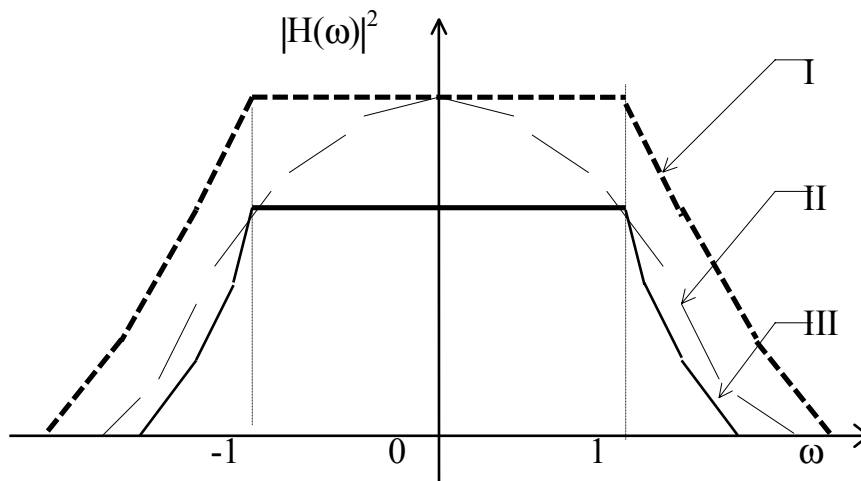


Figura 2.2. O majorantă, I și o minorantă, III, pentru caracteristica $|H(\omega)|^2$, notată cu II

Dacă se consideră cazul în care $B \rightarrow \infty$ ($n(t)$ este zgomot alb de bandă nelimitată), atunci :

$$B_{z_{sn}} = \frac{4n}{2n-1}$$

Revenind la figura 2.1a) notăm cu $H_{III}(\omega)$ caracteristica de modul a răspunsului în frecvență a unui filtru Butterworth de ordin n ideal care minorează caracteristica de modul $H(\omega)$ pentru filtrul real. Se observă din figură că putem scrie atât :

$$20 \log |H_{III}(\omega)| = \begin{cases} -3, & \omega \leq 1 \\ -20n \log \omega - 3, & \omega > 1 \end{cases}$$

cât și :

$$20 \log |H(\omega)| \geq 20 \log |H_{III}(\omega)|$$

sau :

$$20 \log |H(\omega)|^2 \geq 20 \log |H_{III}(\omega)|^2$$

În această ultimă relație, conform notației din relația (2.2), avem :

$$20 \log |H_{III}(\omega)|^2 = \begin{cases} -6, & \omega \leq 1 \\ -40n \log \omega - 6, & \omega > 1 \end{cases}$$

Se constată astfel că $20 \log |H_{III}(\omega)|^2$ reprezintă tocmai curba III din figura 2.1b). Trecând de la coordonatele logaritmice la coordonate liniare, pentru ultima relație obținem :

$$|H_{III}(\omega)|^2 = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \omega \leq 1 \\ \frac{\omega^{-2n}}{2}, & \omega > 1 \end{cases}$$

Se mai observă că :

$$|H_{III}(\omega)|^2 = \frac{1}{2} |H_I(\omega)|^2$$

Membrul stâng al acestei relații reprezintă curba III iar membrul drept - curba I din figura 1.2. Deci :

$$|H(\omega)|^2 \geq \frac{1}{2} |H_{III}(\omega)|^2$$

și prin urmare :

$$B_z \geq \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} |H_{III}(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2} B_{z_{sup}}$$

S-a obținut astfel și marginea inferioară a benzii echivalente de zgomot a unui filtru trece jos Butterworth de ordinul n :

$$B_{z_{inf}} = \frac{4n}{2n-1} - \frac{2\left(\frac{B}{2}\right)^{-2n+1}}{2n-1}$$

Când $B \rightarrow \infty$ expresia marginii inferioare devine :

$$B_{z_{inf}} = \frac{2n}{2n-1}$$

S-a demonstrat așadar că :

$$B_{z_{inf}} \leq B_z \leq B_{z_{sup}}$$

Trecând la limită în această relație pentru $n \rightarrow \infty$, se obține :

$$1 \leq B_z \leq 2$$

Valoarea relativ mare a lui $B_{z_{inf}}$ arată că utilizarea filtrării liniare nu conduce la rezultate remarcabile atunci când RSZ al semnalului de prelucrat este mic. De aceea în aceste situații se recomandă utilizarea filtrelor neliniare [Ana., Ven. '89], [Isa., Isa. '92].

Se observă că, în exemplul considerat, relația (1.2) este satisfăcută. De asemenea avem determinată puterea semnalului aleator de la intrare conform relației (1.3) :

$$P_{n_B} = \frac{N_0}{2\pi} B$$

și puterea semnalului aleator de la ieșire corespunzător relației (1.4) :

$$P_{n_{B0}} = \frac{N_0}{2\pi} \omega_M$$

iar raportul semnal pe zgomot este :

$$\chi_3 = \frac{\frac{N_0}{2\pi} B}{\frac{N_0}{2\pi} \omega_M} = \frac{B}{\omega_M}$$

Există o categorie de filtre analogice, filtrele transversale, prin a căror utilizare raportul semnal pe zgomot poate fi îmbunătățit și mai mult. Un exemplu este prezentat în figura 2.4.

Considerând că semnalul $x(t)$ este același ca și în cazul exemplului din figura 2.3, pentru tipul de filtru din figura 2.4, se obține :

$$\chi_4 = \frac{\frac{N_0}{2\pi} B}{\frac{N_0}{2\pi} C} = \frac{B}{C}$$

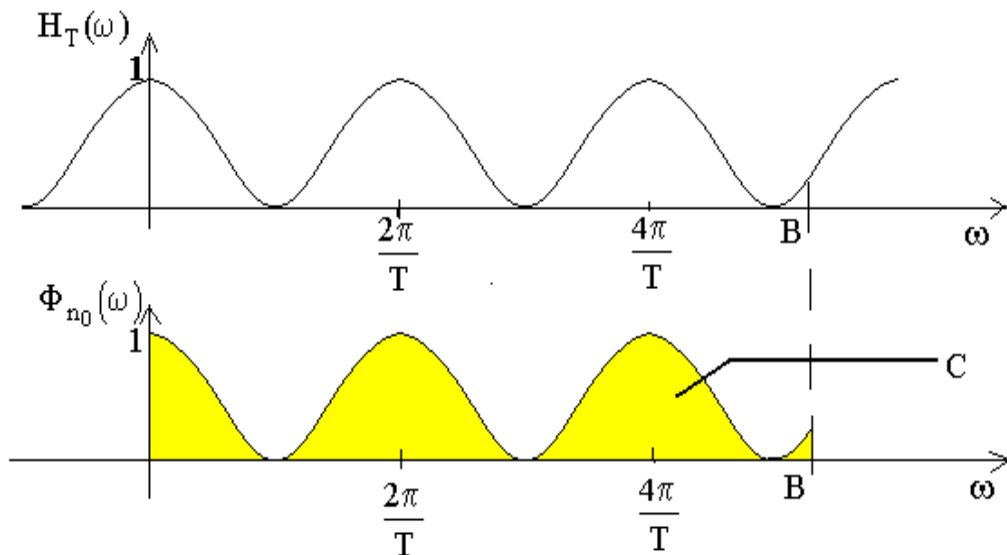


Figura 2.4. Un exemplu de utilizare a filtrelor transversale pentru îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot în cazul semnalelor periodice.

Deoarece aria hașurată în figura 2.4 (de valoare C) este inferioară ariei dreptunghiului de bază B și înălțime 1, se poate scrie :

$$C < B$$

și deci :

$$\chi_4 > \chi_3 \text{ (pentru } \omega_M = B \text{)}$$

2.2. Utilizarea filtrelor transversale pentru prelucrarea semnalelor periodice

După cum s-a văzut în ultima observație din paragraful precedent, în cazul semnalelor periodice filtrele transversale sunt superioare filtrelor clasice, din punct de vedere al îmbunătățirii raportului semnal pe zgomot.

În figura 2.5 se prezintă schema bloc a unui filtru transversal analogic.

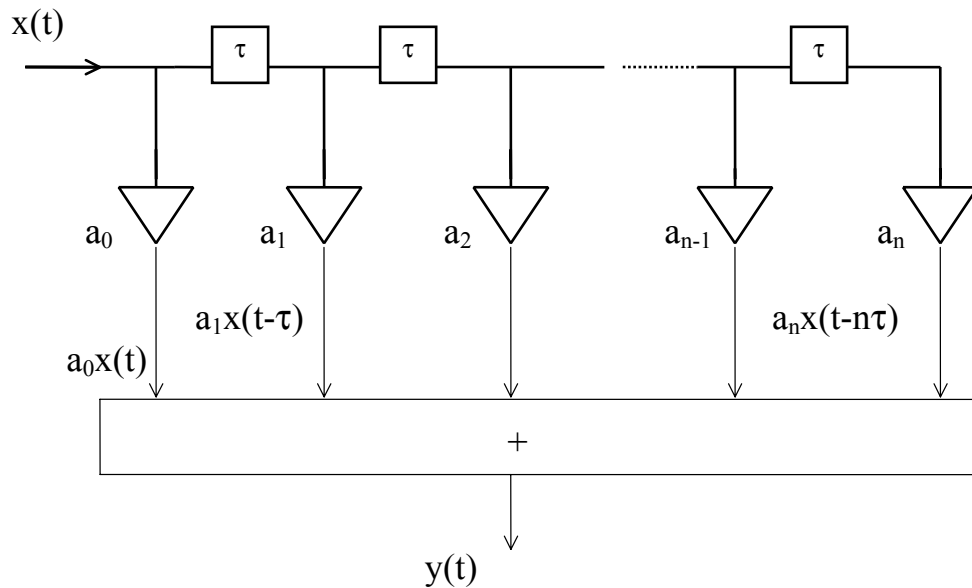


Figura 2.5. Schema bloc a unui filtru transversal.

Se cunoaște legătura dintre semnalele de intrare și de ieșire :

$$y(t) = a_0x(t) + a_1x(t - \tau) + a_2x(t - 2\tau) + \dots + a_nx(t - n\tau)$$

Luând transformata Fourier în cei doi membrii ai acestei relații, se obține :

$$Y(\omega) = a_0 X(\omega) + a_1 \cdot e^{-j\omega\tau} X(\omega) + \dots + a_n \cdot e^{-j\omega \cdot n\tau} X(\omega)$$

Deci răspunsul în frecvență al filtrului transversal analogic este :

$$\frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = H_T(\omega) = \sum_{k=0}^n a_k e^{-j\left(\omega + \frac{2\pi}{\tau}\right)k\tau} = H_T\left(\omega + \frac{2\pi}{\tau}\right)$$

și se observă că răspunsul în frecvență al unui filtru analogic transversal este o funcție periodică (ceea ce justifică și graficele din figura 2.4). Dacă se impune condiția :

$$a_k = \frac{1}{n+1}, \quad k = \overline{0, n}$$

sistemul obținut se numește mediator analogic și are răspunsul în frecvență :

$$H_T(\omega) = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n e^{-j(\omega k\tau)} = \frac{1}{n+1} \frac{1 - e^{-j\omega(n+1)\tau}}{1 - e^{-j\omega\tau}}$$

sau :

$$H_T(\omega) = \frac{1}{n+1} e^{-j\omega \frac{n}{2}\tau} \frac{\sin\left[(n+1)\omega \frac{\tau}{2}\right]}{\sin \omega \frac{\tau}{2}} \quad (2.5)$$

Făcând notația :

$$x = \frac{\omega\tau}{2}$$

se observă că :

$$\left| H_T\left(k \frac{2\pi}{\tau}\right) \right| = \frac{1}{n+1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin [(n+1)x]}{\sin x} = 1$$

Astfel spectrul de amplitudini al semnalelor periodice, de perioadă τ , este neafectat de prelucrarea acestor semnale cu mediatorul analogic.

În cazul în care la intrarea unui astfel de sistem este adus un zgomot alb $n_B(t)$, de bandă limitată B și care are media nulă, la ieșirea acestui sistem se obține un semnal aleator staționar și ergodic, $n_{B0}(t)$. Media acestuia se calculează ținând seama că operatorul de mediere statistică $E\{\}$ este liniar. Rezultă :

$$E\{n_{B0}(t)\} = E\left\{\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n n_B(t-k\tau)\right\} = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n E\{n_B(t-k\tau)\}$$

și pentru că $n_B(t)$ este staționar avem în continuare :

$$E\{n_{B0}(t)\} = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n 0 = 0$$

Dispersia semnalului $n_{B0}(t)$ este :

$$\begin{aligned} E\{n_{B0}^2(t)\} &= E\left\{\left[\frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n n_B(t-k\tau)\right]^2\right\} = \\ &= \frac{1}{(n+1)^2} E\left\{\sum_{k=0}^n n_B^2(t-k\tau) + \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{l=0, \\ l \neq k}}^n n_B(t-k\tau)n_B(t-l\tau)\right\} = \\ &= \frac{1}{(n+1)^2} \sum_{k=0}^n E\{n_B^2(t-k\tau)\} + \frac{1}{(n+1)^2} \sum_{k=0}^n E\{n_B(t-k\tau)n_B(t-l\tau)\} \end{aligned} \quad (2.6)$$

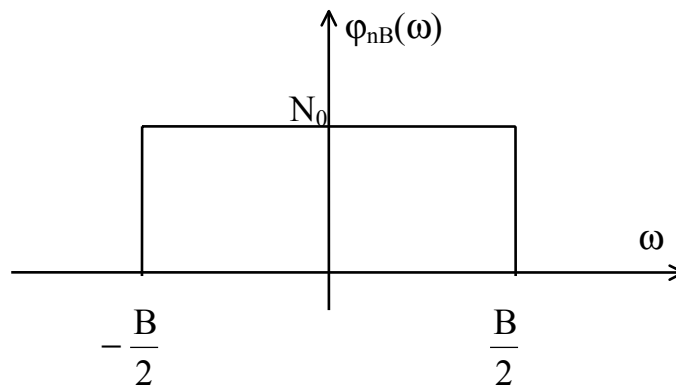


Figura 2.6. Densitatea spectrală de putere a unui zgomot alb de bandă limitată

Dar :

$$E \{n_B^2(t - k\tau)\} = \sigma_n^2 = R_{n_B n_B}(0) = P_{n_B}$$

În figura 2.6 se prezintă densitatea spectrală de putere, ϕ_{n_B} , a semnalului $n_B(t)$. Autocorelația acestui semnal aleator este :

$$\begin{aligned} R_{n_B n_B}(t) &= \frac{N_0}{2\pi} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} e^{j\omega t} d\omega = \frac{N_0}{2\pi j t} \int_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} d(e^{j\omega t}) = \frac{N_0}{2\pi j t} e^{j\omega t} \Bigg|_{-\frac{B}{2}}^{\frac{B}{2}} = \frac{N_0}{2\pi j t} \left(e^{j\frac{B}{2} \cdot t} - e^{-j\frac{B}{2} \cdot t} \right) = \\ &= \frac{N_0 2j \sin \frac{B}{2} t}{2\pi j t} = \frac{N_0}{\pi t} \sin \frac{Bt}{2} = \frac{N_0}{\pi} \cdot \frac{B}{2} \frac{\sin \frac{Bt}{2}}{\frac{Bt}{2}} \end{aligned}$$

Se constată că :

$$R_{n_B n_B} \left(k \frac{2\pi}{B} \right) = 0 \quad (\forall) k \in Z - \{0\} \quad (2.7)$$

În cazul în care banda zgomotului alb, B , este un multiplu întreg al pulsației $\omega_0 = 2\pi/\tau$, conform relației (2.3) se obține :

$$\begin{aligned} E \{n_B(t - k\tau)n_B(t - l\tau)\} &= R_{n_B n_B}((l - k)\tau) = R_{n_B n_B} \left((l - k) \frac{2\pi}{\omega_0} \right) = \\ &= R_{n_B n_B} \left((l - k)p \frac{2\pi}{B} \right) = 0 \end{aligned}$$

Deci, dacă se respectă condiția :

$$B = p\omega_0, \quad p \in Z - \{0\} \quad (2.8)$$

atunci relația (2.6) devine :

$$P_{n_{B0}} = E\{n_{B0}^2(t)\} = \frac{P_n}{n+1} \quad (2.9)$$

Prin urmare se poate afirma că, dacă la intrarea unui mediator analogic se aduce semnalul $x(t)$:

$$x(t) = s(t) + n(t)$$

unde $s(t)$ este un semnal periodic de perioadă τ și $n(t)$ un zgomot alb de bandă limitată, B , și se respectă condiția (2.8), atunci la ieșirea mediatorului se obține un semnal $y(t)$:

$$y(t) = u(t) + n_{B0}(t)$$

cu $P_s = P_u$ și o îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot de :

$$\chi = \frac{P_{n_B}}{P_{n_{B0}}}$$

sau, folosind relația (2.9) :

$$\chi = n + 1 \quad (2.10)$$

Se constată că îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot obținută astfel este egală cu numărul liniilor de întârziere ale filtrului transversal folosit.

2.3. Benzi echivalente de zgomot ale unor filtre numerice

În [Isa.'95] s-au calculat benzile echivalente de zgomot pentru câteva filtre numerice cu răspuns finit la impuls (RFI) de diferite ordine. În aceeași referință bibliografică s-au propus și etape de proiectare a filtrelor RFI și s-au făcut aprecieri asupra benzilor echivalente de zgomot pentru un filtru numeric cu răspuns infinit la impuls (RII). În continuare se prezintă doar calculele pentru benzile echivalente de zgomot pentru filtrele numerice RFI de ordinul N și pentru filtrul RII de ordinul I .

2.3.1. Filtru RFI de ordinul N

Ecuția cu diferențe finite care descrie funcționarea unui filtru RFI de ordinul N este cunoscută ca fiind :

$$y[n] = a_0x[n] + a_1x[n-1] + \dots + a_Nx[n-N]$$

Răspunsul în frecvență al acestui sistem va fi :

$$H(\Omega) = a_0 + a_1 e^{-j\Omega} + \dots + a_N e^{-jN\Omega}$$

adică :

$$H(\Omega) = a_0 + a_1 \cos \Omega + \dots + a_N \cos N\Omega - j(a_1 \sin \Omega + \dots + a_N \sin N\Omega)$$

și avem în continuare :

$$|H(\Omega)|^2 = (a_0 + a_1 \cos \Omega + \dots + a_N \cos N\Omega)^2 + (a_1 \sin \Omega + \dots + a_N \sin N\Omega)^2$$

ceea ce se mai poate scrie și sub forma :

$$|H(\Omega)|^2 = \left[\sum_{k=0}^N a_k \cos(k\Omega) \right]^2 + \left[\sum_{k=0}^N a_k \sin(k\Omega) \right]^2 \quad (2.11)$$

sau :

$$|H(\Omega)|^2 = \sum_{k=0}^N a_k^2 + \sum_{k=0}^N \sum_{\substack{l=0, \\ l \neq k}}^N a_k a_l \cos(k-l)\Omega \quad (2.12)$$

Condiția de egalitate a puterilor semnalelor determinate de la intrarea și ieșirea filtrului numeric se scrie :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(\Omega)|^2 |S(\Omega)|^2 d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |S(\Omega)|^2 d\Omega$$

sau, ținând cont de (2.12) :

$$\frac{1}{2\pi} \left[\sum_{k=0}^N a_k^2 \int_{-\pi}^{\pi} |S(\Omega)|^2 d\Omega + \sum_{k=0}^N \sum_{\substack{l=0, \\ l \neq k}}^N a_k a_l \int_{-\pi}^{\pi} \cos(k-l)\Omega \cdot |S(\Omega)|^2 d\Omega \right] = P_s$$

adică :

$$R_{ss}[0] \left(\sum_{k=0}^N a_k^2 \right) + \sum_{k=0}^N \sum_{\substack{l=0, \\ l \neq k}}^N a_k a_l \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos[(k-l)\Omega] |S(\Omega)|^2 d\Omega \right] = R_{ss}[0]$$

$$\left(\sum_{k=0}^N a_k^2 \right) R_{ss}[0] + \sum_{k=0}^N \sum_{\substack{l=0, \\ l \neq k}}^N a_k a_l R_{ss}[k-l] = R_{ss}[0] \quad (2.13)$$

sau :

$$\left(1 - \sum_{k=0}^N a_k^2 \right) R_{ss}[0] = \sum_{k=0}^N \sum_{\substack{l=0, \\ l \neq k}}^N a_k a_l R_{ss}[k-l]$$

Banda echivalentă de zgomot a filtrului RFI de ordinul N este :

$$\int_{-\pi}^{\pi} |H(\Omega)|^2 d\Omega = 2\pi \sum_{k=0}^N a_k^2 + \sum_{k=0}^N \sum_{\substack{l=0, \\ l \neq k}}^N a_k a_l \int_{-\pi}^{\pi} \cos(k-l)\Omega d\Omega$$

Dar :

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos(k-l)\Omega d\Omega = \frac{1}{k-l} \int_{-\pi}^{\pi} d[\sin(k-l)\Omega] = \frac{1}{k-l} \sin[(k-l)\Omega] \Big|_{-\pi}^{\pi} = 0; k \neq l$$

și revenind la relația anterioară :

$$\int_{-\pi}^{\pi} |H(\Omega)|^2 d\Omega = 2\pi \sum_{k=0}^N a_k^2$$

și deci îmbunătățirea RSZ este dată de :

$$\chi_N = \frac{1}{\sum_{k=0}^N a_k^2} \quad (2.14)$$

Rezultă că filtrul de ordinul N trebuie proiectat în așa fel încât să se minimizeze suma pătratelor coeficienților cu constrângerea dată de relația (2.13).

Un caz particular interesant este cel în care : a_0 și a_N sunt diferiți de 0 și $a_k = 0$ pentru $k = 1 \div N-1$. În această situație :

$$H(\Omega) = a_0 + a_N \cos N\Omega - j a_N \sin N\Omega$$

$$H(\Omega) = a_0^2 + a_N^2 + 2a_0 a_N \cos N\Omega$$

și în acest caz, corespunzător relației (2.13) :

$$(1 - a_0^2 - a_N^2) R_{ss}[0] = 2a_0 a_N R_{ss}[N]$$

iar relația (2.14) devine :

$$\chi_N = \frac{1}{a_0^2 + a_N^2}$$

Algoritmul de proiectare al filtrului este următorul :

1. Se calculează $R_{ss}[0]$, $R_{ss}[N]$ și $R_N = R_{ss}[N]/R_{ss}[0]$.
2. Se alege valoarea lui χ_N dorită, în intervalul :

$$1 < \chi_N < R_N + 1$$

3. Valorile coeficienților a_0 și a_N vor fi :

$$a_{0,N} = \frac{\sqrt{\frac{R_N + \chi_N - 1}{R_N \chi_N}} \pm \sqrt{\frac{R_N - \chi_N + 1}{R_N \chi_N}}}{2}$$

2.3.2. Filtru RII

Un filtru RII de ordinul I este descris de ecuația cu diferențe finite :

$$b_0 u[n] + b_1 u[n-1] = a_0 s[n] + a_1 s[n-1]$$

Răspunsul său în frecvență este :

$$H(\Omega) = \frac{a_0 + a_1 e^{-j\Omega}}{b_0 + b_1 e^{-j\Omega}}$$

De aceea se poate scrie :

$$|H(\Omega)|^2 = \frac{a_0^2 + a_1^2 + 2a_0 a_1 \cos \Omega}{b_0^2 + b_1^2 + 2b_0 b_1 \cos \Omega}$$

Se obține pentru banda echivalentă de zgomot :

$$B_{z\text{RII}} = \int_{-\pi}^{\pi} |H(\Omega)|^2 d\Omega = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{a_0^2 + a_1^2 + 2a_0 a_1 \cos \Omega}{b_0^2 + b_1^2 + 2b_0 b_1 \cos \Omega} d\Omega$$

Făcând substituția :

$$\text{tg} \frac{\Omega}{2} = t$$

se obține:

$$B_{zRII} = 2 \left(\frac{a_0 - a_1}{b_0 - b_1} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^2 + \left(\frac{a_0 + a_1}{a_0 - a_1} \right)}{t^2 + \left(\frac{b_0 + b_1}{b_0 - b_1} \right)^2 t^2 + 1} dt$$

Cu notațiile :

$$\frac{a_0 + a_1}{a_0 - a_1} = \alpha ; \quad \frac{b_0 + b_1}{b_0 - b_1} = \beta \quad \text{si} \quad \frac{a_0 - a_1}{b_0 - b_1} = \gamma$$

expresia benzii echivalente de zgomot devine :

$$B_{zRII} = 2\gamma^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t^2 + \alpha^2}{t^2 + \beta^2} \cdot \frac{dt}{1 + t^2}$$

Pentru aceasta se face descompunerea :

$$\frac{t^2 + \alpha^2}{(t^2 + \beta^2)(1 + t^2)} = \frac{\beta^2 - \alpha^2}{\beta^2 - 1} \frac{1}{t^2 + \beta^2} + \frac{\alpha^2 - 1}{\beta^2 - 1} \frac{1}{t^2 + 1}$$

și deci :

$$B_{zRII} = 2\gamma^2 \left[\frac{\beta^2 - \alpha^2}{\beta^2 - 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{t^2 + \beta^2} + \frac{\alpha^2 - 1}{\beta^2 - 1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{t^2 + 1} \right]$$

adică :

$$\begin{aligned} B_{zRII} &= 2\gamma^2 \left[\frac{\beta^2 - \alpha^2}{(\beta^2 - 1)\beta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\left(\frac{t}{\beta}\right)}{1 + \left(\frac{t}{\beta}\right)^2} + \frac{\alpha^2 - 1}{\beta^2 - 1} \operatorname{arctg}(t) \Big|_{-\infty}^{\infty} \right] = \\ &= 2\pi\gamma^2 \left[\frac{\beta^2 - \alpha^2}{(\beta^2 - 1)\beta} + \frac{\alpha^2 - 1}{\beta^2 - 1} \right] = 2\pi\gamma^2 \frac{(\beta + \alpha^2)(\beta - 1)}{\beta(\beta^2 - 1)} \end{aligned}$$

Deci banda echivalentă de zgomot a unui filtru RII de ordinul I este :

$$B_{z\text{RII}} = 2\pi\gamma^2 \frac{(\beta + \alpha^2)}{\beta(\beta + 1)}$$

Se pot calcula, în același fel, benzile echivalente de zgomot și pentru filtre RII de ordin superior.

Astfel de filtre se utilizează în construcția modulatorilor sau a demodulatorilor numerice, a multiplexoarelor numerice, a codoarelor în subbenzi, etc. Studiul acestor filtre se justifică și pentru că ele pot fi utilizate drept filtre prototip pentru filtrele digitale adaptive.

2.4. Filtre numerice echivalente filtrelor analogice transversale

În paragraful 2.1 s-a prezentat modul în care se poate îmbunătăți RSZ în cazul semnalelor periodice, analogice, perturbate aditiv de zgomot alb. Au fost definite filtrele transversale analogice. Principala proprietate a acestor sisteme este periodicitatea răspunsului lor în frecvență. Datorită acestei proprietăți ele pot fi proiectate în așa fel încât răspunsul lor în frecvență să aibă maxime la pulsațiile armonicelor semnalului util $s(t)$.

Și spectrul semnalului periodic în timp discret este discret. De aceea și în cazul semnalelor periodice în timp discret este utilă folosirea unor filtre numerice cu răspuns în frecvență periodic, de perioadă inferioară lui 2π . În continuare se prezintă modul în care pot fi construite filtre cu răspunsul în frecvență periodic de perioadă $2\pi/2^N$. Fie sistemul din figura 2.7.

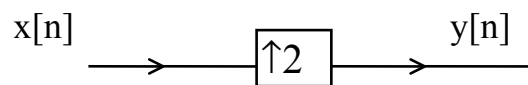


Figura 2.7. Sistem de supraeșantionare.

Legătura dintre semnalele $x[n]$ și $y[n]$ este :

$$y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right], & \text{pentru } n:2 \\ 0, & \text{in rest} \end{cases}$$

Legătura dintre transformatele Fourier în timp discret ale semnalelor $x[n]$ și $y[n]$:

$$Y(\Omega) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x[p]e^{-j2p\Omega} = X(2\Omega)$$

Trebuie menționat faptul că semnalul $y[n]$ se obține prin intercalarea a câte unui zero între eșantioanele succesive ale semnalului $x[n]$. Un exemplu pentru generarea semnalului $y[n]$ pornind de la semnalul $x[n]$ este prezentat în figura 2.8. Deci intercalând zerouri între eșantioanele răspunsului la impuls a unui filtru cu răspuns în frecvență $H(\Omega)$ se obține răspunsul la impuls al unui sistem cu răspunsul în frecvență $H(2\Omega)$.

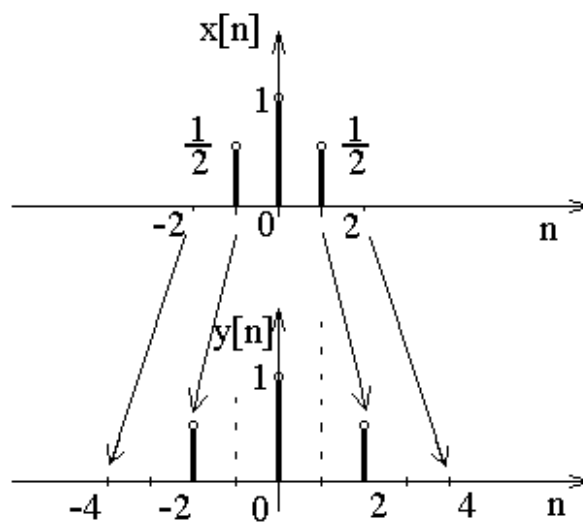


Figura 2.8. Exemplu de supraeșantionare.

În continuare se analizează sistemul obținut prin conectarea în cascadă a două sisteme de tipul celui din figura 2.7, sistem care este prezentat în figura 2.9.

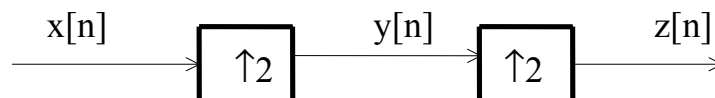


Figura 2.9. Conectarea în cascadă a sistemelor de supraeșantionare. Se constată că :

$$z[n] = \begin{cases} y\left[\frac{n}{2}\right], & \text{pentru } n:2 \\ 0, & \text{in rest} \end{cases}$$

Dar :

$$y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{2}\right], & \text{pentru } n:2 \\ 0, & \text{in rest} \end{cases}$$

De aceea :

$$z[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{4}\right], & \text{pentru } n:4 \\ 0, & \text{in rest} \end{cases}$$

Legătura dintre transformatele Fourier în timp discret ale secvențelor $x[n]$ și $z[n]$ este :

$$\begin{aligned} Z(\Omega) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} z[n]e^{-jn\Omega} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} z[4p]e^{-j4p\Omega} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} z[4p+1]e^{-j(4p+1)\Omega} + \\ &+ \sum_{p=-\infty}^{\infty} z[4p+2]e^{-j(4p+2)\Omega} + \sum_{p=-\infty}^{\infty} z[4p+3]e^{-j(4p+3)\Omega} = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x[p]e^{-j4p\Omega} = X(4\Omega) \end{aligned}$$

Deci intercalând câte trei zerouri între eșantioanele succesive ale răspunsului la impuls al unui filtru cu răspunsul în frecvență $H(\Omega)$ se obține răspunsul la impuls al unui filtru cu răspunsul în frecvență $H(4\Omega)$. Dar funcția $H(2\Omega)$ este periodică de perioadă $2\pi/2$ iar funcția $H(4\Omega)$ este periodică de perioadă $2\pi/4$. De aceea se poate afirma că intercalând 2^N-1 zerouri între eșantioanele succesive ale răspunsului la impuls ale unui filtru numeric cu răspunsul în frecvență $H(\Omega)$ se obține răspunsul la impuls al unui sistem cu răspunsul în frecvență $H(2^N\Omega)$, care este o funcție periodică de perioadă $2\pi/2^N$.

CAPITOLUL 3. TRANSFORMAREA UNDIȘOARĂ DISCRETĂ

În acest capitol se introduce transformarea undișoară discretă în mod natural din perspectiva teoriei prelucrării semnalelor. În acest scop se trec în revistă tehnicile de codare subbandă și teoria seriilor de undișoare. Se prezintă atât transformarea undișoară discretă clasică cât și variante mai moderne ale acesteia, din punctul de vedere al teoriei reprezentărilor timp-frecvență [Bar.,Ols.'96], [Boa.,O'Sh.,Arn.'90].

În transmiterea informației se utilizează tehnicile de codare subbandă, făcându-se numeroase cercetări în domeniul teoriei bancurilor de filtre numerice. Rezultate remarcabile sunt prezentate în [Vai.'93], [Opp.,Lim '88], [Bel.'90]. În continuare se prezintă construcția bancurilor de filtre cu structură arborescentă.

3.1. Codare subbandă cu structură arborescentă

Se consideră sistemul din figura 3.1.b).

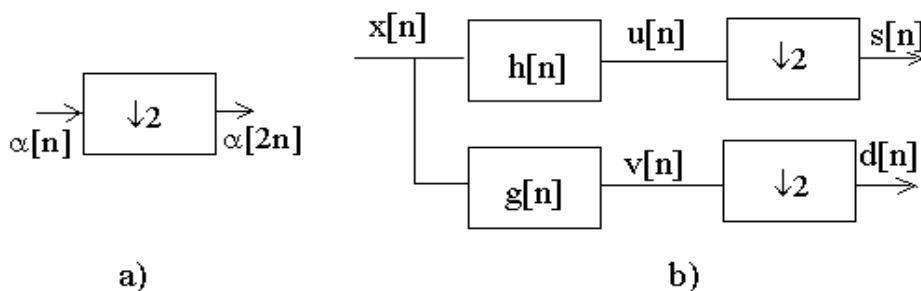


Figura 3.1. a) Simbol pentru un decimator; b) schema unui codor cu două subbenzi.

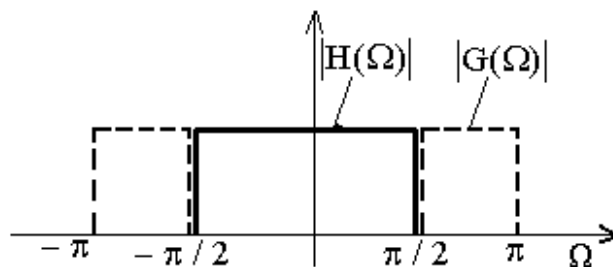


Figura 3.2. Răspunsurile în frecvență ale filtrelor din figura 3.1.

Răspunsurile în frecvență ale filtrelor numerice cu răspunsurile la impuls $h[n]$ și $g[n]$ sunt prezentate în figura 3.2.

Se calculează transformatele Z ale semnalelor $s[n]$ și $d[n]$. În acest scop se constată că :

$$U(z) = X(z) H(z) \quad ; \quad V(z) = X(z) G(z)$$

Conform definiției transformatei Z :

$$\begin{aligned} S(z) &= \sum_n s[n]z^{-n} = \sum_n u[2n]z^{-n} \\ U(z) &= \sum_n u[n]z^{-n} = \sum_n u[2n]z^{-2n} + \sum_n u[2n+1]z^{-(2n-1)} \\ U(-z) &= \sum_n u[2n]z^{-2n} - \sum_n u[2n+1]z^{-(2n+1)} \end{aligned}$$

și se observă că putem scrie :

$$\frac{1}{2}[U(z) + U(-z)] = \sum_n u[2n]z^{-2n} = \sum_n u[2n](z^2)^{-n} = S(z^2)$$

Revenind la expresia lui $S(z)$:

$$S(z) = \frac{1}{2} \left[U\left(\frac{1}{z^2}\right) + U\left(\frac{-1}{z^2}\right) \right] \quad (3.1)$$

sau :

$$S(z) = \frac{1}{2} \left[X\left(\frac{1}{z^2}\right)H\left(\frac{1}{z^2}\right) + X\left(-\frac{1}{z^2}\right)H\left(-\frac{1}{z^2}\right) \right] \quad (3.2)$$

În mod analog se demonstrează că :

$$D(z) = \frac{1}{2} \left[X\left(\frac{1}{z^2}\right)G\left(\frac{1}{z^2}\right) + X\left(-\frac{1}{z^2}\right)G\left(-\frac{1}{z^2}\right) \right] \quad (3.3)$$

Pentru a calcula spectrele semnalelor $s[n]$ și $d[n]$ se folosește notația simplificată

$$X(z) = X(e^{j\Omega})$$

în relațiile (3.2) și (3.3), obținându-se :

$$\begin{aligned} S(\Omega) &= \frac{1}{2} \left[X\left(\frac{\Omega}{2}\right)H\left(\frac{\Omega}{2}\right) + X\left(\frac{\Omega}{2} + \pi\right)H\left(\frac{\Omega}{2} + \pi\right) \right] \\ D(\Omega) &= \frac{1}{2} \left[X\left(\frac{\Omega}{2}\right)G\left(\frac{\Omega}{2}\right) + X\left(\frac{\Omega}{2} + \pi\right)G\left(\frac{\Omega}{2} + \pi\right) \right] \end{aligned}$$

Fie, de exemplu, spectrul $X(\Omega)$ cel trasat în figura 3.3.

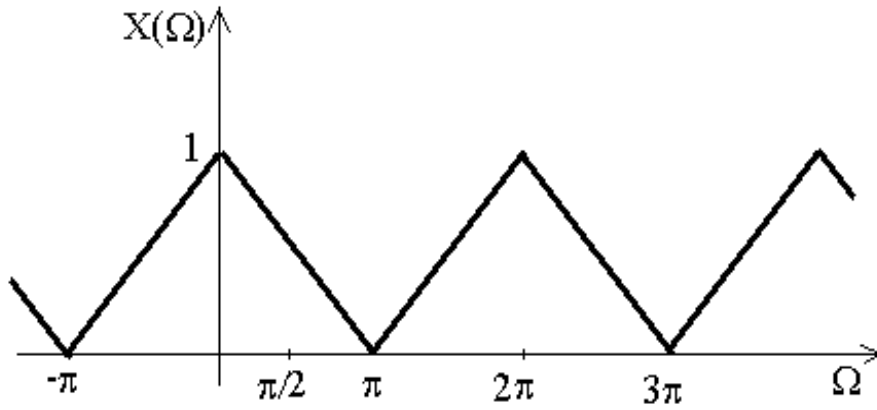


Figura 3.3. Un exemplu de spectru de semnal de intrare.

Spectrele semnalelor $s[n]$ și $d[n]$ sunt prezentate în figurile 3.4 și 3.5.

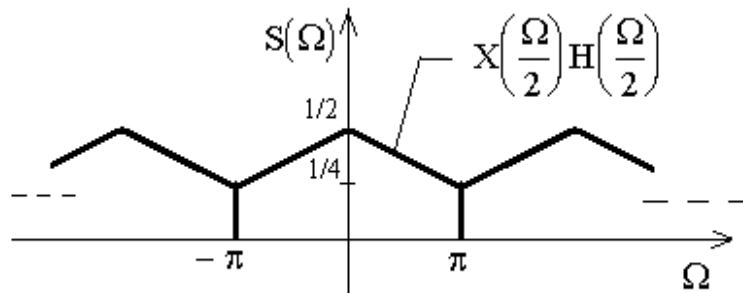


Figura 3.4. Spectrul semnalului $s[n]$.

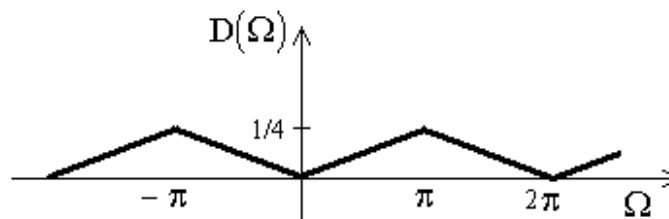


Figura 3.5. Spectrul semnalului $d[n]$.

Se constată că spectrul $S(\Omega)$ este asemenea cu spectrul $X(\Omega)$ în banda $[-\pi/2, \pi/2]$.

Se constată că porțiunea din spectrul $D(\Omega)$ în banda $[-2\pi, -\pi] \cup [\pi, 2\pi]$ este "asemenea" cu spectrul $X(\Omega)$ în banda $[-\pi, \pi] - [-\pi/2, \pi/2]$.

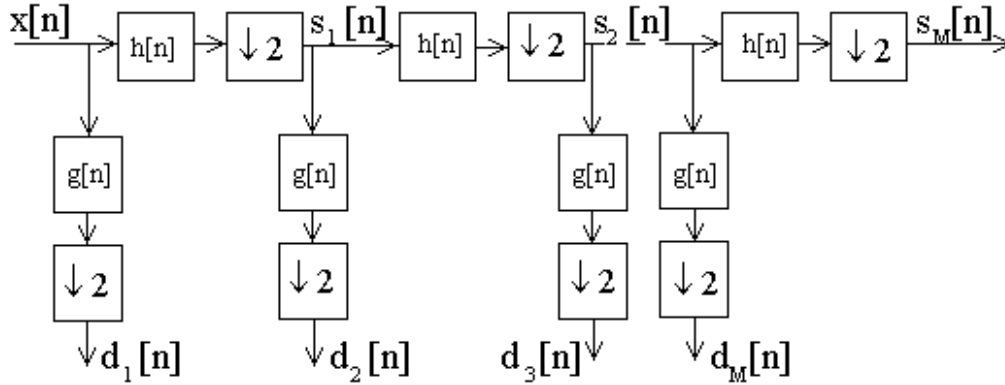


Figura 3.6. Structura arborescentă de codare în subbenzi.

Se poate deci afirma că semnalul $x[n]$ a fost codat în două subbenzi, componentele sale de joasă frecvență regăsindu-se în semnalul $s[n]$ iar componentele sale de înaltă frecvență, în semnalul $d[n]$. Pentru a crește numărul de subbenzi se poate utiliza o structură arborescentă așa cum se vede în figura 3.6.

Se calculează transformatele Z ale semnalelor $s_k[n]$ și $d_k[n]$, $k = 1 \div M$. Se observă (conform figurii 3.1) că :

$$s_1[n] = s[n] \quad ; \quad d_1[n] = d[n]$$

și astfel se poate scrie :

$$S_2(z) = \frac{1}{2} \left[S_1\left(z^{\frac{1}{2}}\right) H\left(z^{\frac{1}{2}}\right) + S_1\left(-z^{\frac{1}{2}}\right) H\left(-z^{\frac{1}{2}}\right) \right]$$

$$D_2(z) = \frac{1}{2} \left[S_1\left(z^{\frac{1}{2}}\right) G\left(z^{\frac{1}{2}}\right) + S_1\left(-z^{\frac{1}{2}}\right) G\left(-z^{\frac{1}{2}}\right) \right]$$

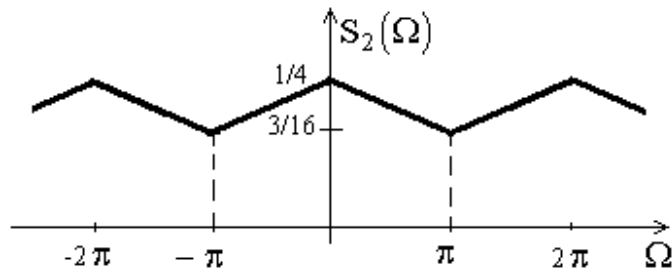


Figura 3.7. Spectrul semnalului $s_2[n]$.

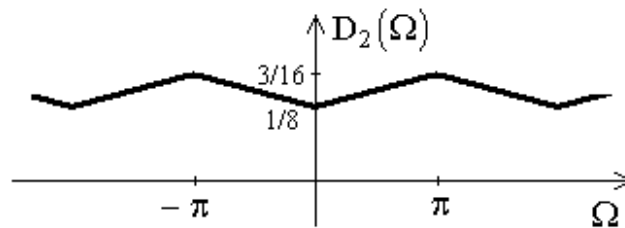


Figura 3.8. Spectrul semnalului $d_2[n]$.

Continuând exemplul considerat anterior, spectrele semnalelor $s_2[n]$ și $d_2[n]$ iau forma din figura 3.7 și 3.8.

Se constată că spectrul $S_2(\Omega)$ este asemenea cu spectrul $X(\Omega)$ din banda $[-\pi/4, \pi/4]$ și că spectrul $D_2(\Omega)$ este asemenea cu spectrul $X(\Omega)$ din banda $[-\pi/2, \pi/2] - [-\pi/4, \pi/4]$.

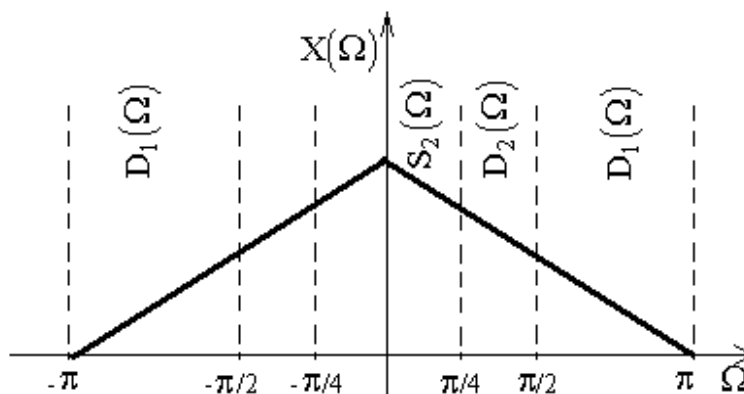


Figura 3.9. Corespondența dintre spectrul $X(\Omega)$ și spectrele $S_k(\Omega)$, $D_k(\Omega)$, $k = 1 \div 2$.

Procedând similar se constată că spectrul $S_M(\Omega)$ este asemenea cu spectrul $X(\Omega)$ din banda $[-\pi/2^M, \pi/2^M]$ și că spectrul $D_M(\Omega)$ este asemenea cu spectrul $X(\Omega)$ din banda $[-\pi/(2^{M-1}), \pi/(2^{M-1})] - [-\pi/2^M, \pi/2^M]$.

Cu alte cuvinte fâșii din banda spectrului $X(\Omega)$ au fost puse în corespondență cu semnalele $s_k[n]$ și $d_k[n]$. Această corespondență este evidențiată în figura 3.9.

Se constată că folosind sistemul din figura 3.6, banda spectrului semnalului $x[n]$ este divizată în octave. Se poate deci afirma că sistemul cu structură arborescentă din figura 3.6 este într-adevăr un codor în subbenzi. În continuare se analizează operația de decodare.

3.2. Decodarea în urma codării subbandă

Se pune problema refacerii semnalului $x[n]$ pornind de la semnalele $s[n]$ și $d[n]$. Se consideră în acest scop sistemul din figura 3.10 b).

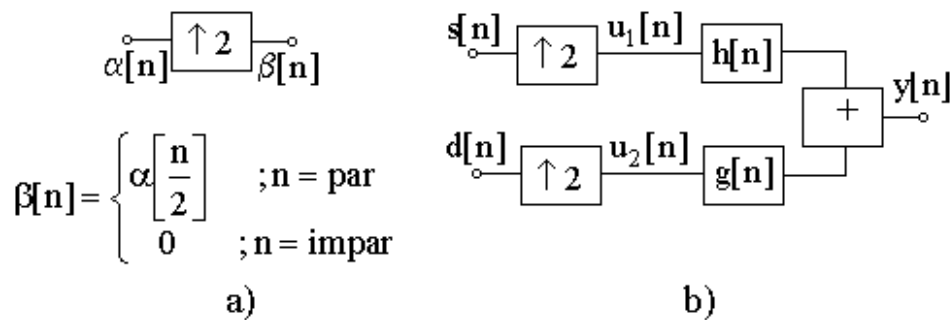


Figura 3.10. a) Interpolator și definiția semnalului de la ieșirea sa; b) sistem de decodare corespunzător celui din figura 3.1.

Se calculează transformata Z a semnalului $b[n]$ (figura 3.10 a.) pe baza transformatei Z a semnalului $a[n]$:

$$\alpha(z) = \sum_n \alpha[n]z^{-n}$$

$$\beta(z) = \sum_n \beta[n]z^{-n} = \sum_n \beta[2n]z^{-2n} + \sum_n \beta[2n+1]z^{-(2n+1)} =$$

$$= \sum_n \alpha[n]z^{-2n} = \alpha(z^2)$$

astfel încât se pot scrie transformatele Z pentru celelalte semnale ce apar în sistemul de codare :

$$U_1(z) = S(z^2) \quad ; \quad U_2(z) = D(z^2);$$

sau, ținând seama de relațiile (3.2) și (3.3) :

$$Y(z) = H(z) \frac{1}{2} [X(z)H(z) + X(-z)H(-z)] + \quad (3.4)$$

$$+ G(z) \frac{1}{2} [X(z)G(z) + X(-z)G(-z)]$$

Pe baza acestei relații se determină spectrul semnalului $y[n]$:

$$Y(\Omega) = H(\Omega) \frac{1}{2} [X(\Omega) H(\Omega) + X(\Omega + \pi) H(\Omega + \pi)] + \quad (3.5)$$

$$+ G(\Omega) \frac{1}{2} [X(\Omega) G(\Omega) + X(\Omega + \pi) G(\Omega + \pi)]$$

Dacă se folosesc filtrele cu răspunsurile în frecvență cu caracteristicile de modul din figura 3.2 atunci sunt valabile relațiile :

$$H(\Omega)H(\Omega + \pi) = G(\Omega)G(\Omega + \pi) = 0$$

$$H^2(\Omega) + G^2(\Omega) = 1$$

Pe baza acestor relații, (3.5) devine :

$$Y(\Omega) = \frac{1}{2} X(\Omega)H^2(\Omega) + \frac{1}{2} X(\Omega)G^2(\Omega) = \quad (3.6)$$

$$= \frac{1}{2} X(\Omega)[H^2(\Omega) + G^2(\Omega)] = \frac{1}{2} X(\Omega)$$

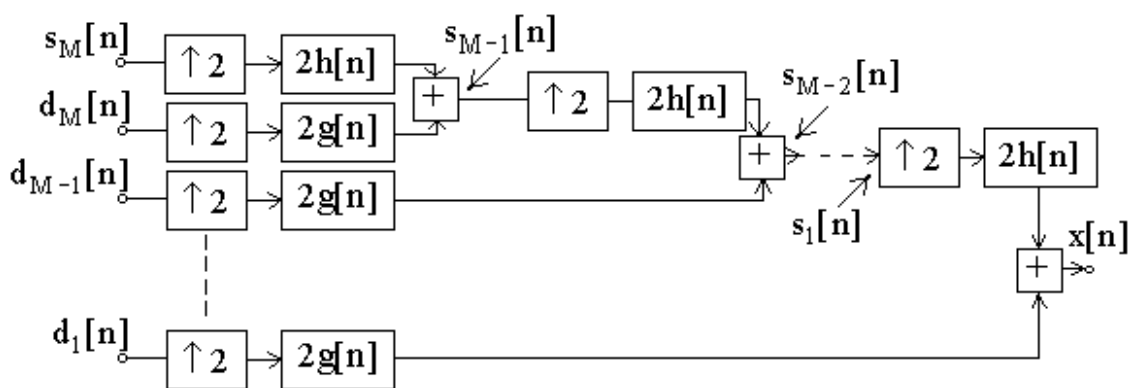


Figura 3.11. Schema unui decodor pentru semnale codate în subbenzi.

Deci, cu excepția unei constante (egală cu 1/2), semnalele $x[n]$ și $y[n]$ sunt identice. Se spune că sistemul de decodare din figura 3.11 este cu reconstrucție perfectă. De aceea sistemul din figura 3.11 poate fi utilizat pentru reconstrucția perfectă a semnalului prelucrat de sistemul din figura 3.6, în ipoteza că se folosesc filtrele ideale cu răspunsurile în frecvență din figura 3.2.

3.3. Codarea subbandă cu reconstrucție perfectă folosind sisteme cu structură arborescentă cu filtre realizabile

Se consideră în continuare că $h_r[n]$ și $g_r[n]$ sunt filtre realizabile. Un sistem, echivalent celui din figura 3.15, destinat reconstrucției perfecte, este prezentat în figura 3.17.

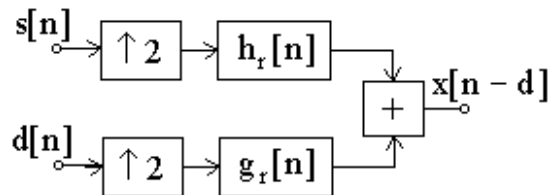


Figura 3.17. Sistemul de reconstrucție corespunzător unui codor în două subbenzi.

Conform acestei figuri rezultă că semnalul de la ieșirea decodorului este o variantă întârziată cu d a semnalului de la intrare.

Trebuie determinate răspunsurile la impuls $h_r[n]$ și $g_r[n]$ precum și condițiile pe care trebuie să le îndeplinească răspunsurile la impuls $h_r[n]$ și $g_r[n]$ pentru ca la ieșirea sistemului din figura 3.17 să se poată obține semnalul $x[n-d]$. În acest scop se rescrie relația (3.4) :

$$z^{-d}X(z) = H_r(z) \frac{1}{2} [X(z)H(z) + X(-z)H(-z)] + G_r(z) \frac{1}{2} [X(z)G(z) + X(-z)G(-z)] \quad (3.7)$$

sau, regrupând în membrul drept :

$$z^{-d}X(z) = X(z) \frac{1}{2} [H_r(z)H(z) + G_r(z)G(z)] + X(-z) \frac{1}{2} [H_r(z)H(-z) + G_r(z)G(-z)]$$

Această ecuație este satisfăcută și de soluțiile sistemului de ecuații :

$$\begin{aligned} H_r(z)H(z) + G(z)G_r(z) &= 2z^{-d} \\ H(-z)H_r(z) + G(-z)G_r(z) &= 0 \end{aligned}$$

In continuare se rezolvă acest sistem, considerându-se cunoscute transformatele z notate cu $H(z)$ și $G(z)$. Determinantul sistemului este :

$$\Delta = \begin{vmatrix} H(z) & G(z) \\ H(-z) & G(-z) \end{vmatrix} = H(z)G(-z) - H(-z)G(z)$$

Determinanții corespunzători celor două necunoscute sunt :

$$\Delta_{H_r} = \begin{vmatrix} 2z^{-d} & G(z) \\ 0 & G(-z) \end{vmatrix} = 2z^{-d}G(-z)$$

Deci soluțiile sunt date de relațiile următoare :

$$H_r(z) = \frac{2z^{-d}G(-z)}{H(z)G(-z) - H(-z)G(z)} \quad (3.8)$$

$$G_r(z) = \frac{-2z^{-d}H(-z)}{H(z)G(-z) - H(-z)G(z)} \quad (3.9)$$

Evident, o condiție care trebuie impusă filtrelor din structura codorului este ca ecuația :

$$H(z)G(-z) - H(-z)G(z) = 0 \quad (3.10)$$

să nu aibă nici o rădăcină diferită de rădăcinile ecuației :

$$z^{-d} = 0$$

De aceea o condiție potrivită pentru filtrele cu răspunsurile la impuls $h[n]$ și $g[n]$ ar fi :

$$H(z)G(-z) - H(-z)G(z) = 2z^{-d} \quad (3.11)$$

In acest caz relațiile (3.8) și (3.9) devin :

$$H_r(z) = G(-z) \quad (3.12)$$

$$G_r(z) = -H(-z) \quad (3.13)$$

Deci răspunsurile în frecvență ale filtrelor de reconstrucție depind de răspunsurile în frecvență ale filtrelor din structura codorului conform relațiilor :

$$H_r(\Omega) = G(\Omega + \pi) \quad (3.14)$$

$$G_r(\Omega) = -H(\Omega + \pi) \quad (3.15)$$

iar răspunsurile în frecvență ale filtrelor din structura codorului satisfac condiția :

$$H(\Omega)G(\Omega + \pi) - H(\Omega + \pi)G(\Omega) = 2e^{-j\Omega d} \quad (3.16)$$

$H_r(z)$ și $G_r(z)$ sunt funcțiile de transfer ale vestitelor filtre introduse de Esteban și Galand [Smi.,Bar.'86] sub numele de "Quadrature Mirror Filters", QMF.

S-a demonstrat [Isa'98] că în urma folosirii filtrelor QMF se poate realiza o reconstrucție perfectă utilizând o codare în două subbenzi, dacă filtrele de reconstrucție îndeplinesc condițiile (3.12) și (3.13) iar filtrele de sinteză (cele cu răspunsurile la impuls $h[n]$ și $g[n]$) îndeplinesc condiția (3.11) în care valoarea lui d trebuie să fie impară. Relația (3.16) este generală. Ea nu furnizează informații despre modul în care se proiectează filtrele de sinteză. Smith și Barnwell au determinat o clasă de filtre de sinteză [Smi., Bar.'86]. Este vorba despre clasa filtrelor "conjugate quadrature filters", CQF. Ei au propus următoarea legătură între răspunsurile în frecvență ale filtrelor de sinteză, presupuse ca fiind cu răspunsuri la impuls reale :

$$G(\Omega) = -e^{-j\Omega d} H^*(\Omega + \pi) \quad (3.18)$$

Folosind această condiție membrul drept al relației (3.16) devine :

$$\begin{aligned} & H(\Omega)G(\Omega + \pi) - H(\Omega + \pi)G(\Omega) = \\ & = -H(\Omega) [e^{-j(\Omega+\pi)d} H^*(\Omega)] + H(\Omega + \pi)[e^{-j\Omega d} H^*(\Omega + \pi)] = \\ & = e^{-j(\Omega+\pi)d} \left\{ -(-1^d) |H(\Omega)|^2 + |H(\Omega + \pi)|^2 \right\} = 2 \end{aligned}$$

Astfel relația (3.16) devine, pentru d impar :

$$|H(\Omega)|^2 + |H(\Omega + \pi)|^2 = 2 \quad (3.19)$$

În acest caz răspunsurile în frecvență ale filtrelor de reconstrucție devin :

$$H_r(\Omega) = e^{-j\Omega d} H^*(\Omega) \quad (3.20)$$

$$G_r(\Omega) = -H(\Omega + \pi) \quad (3.21)$$

Legătura dintre sistemele de codare în subbenzi și teoria seriilor de undișoare este prezentată în [Isa'98].

3.4. Transformarea undișoară discretă TUD

Cu ajutorul sistemului din figura 3.11 poate fi introdusă noțiunea de transformare undișoară discretă. Acest sistem transformă secvența $x[n]$ în secvențele $s_M[n]$ și $d_1[n], d_2[n], \dots, d_M[n]$. Fie $y[n]$ secvența obținută prin concatenarea acestor secvențe :

$$y[n] = \{s_M[n], d_1[n], \dots, d_M[n]\}$$

Operația :

$$x[n] \rightarrow y[n]$$

poartă numele de transformare undișoară discretă (TUD). Operația :

$$y[n] \rightarrow x[n]$$

care poate fi implementată de sistemul din figura 3.16 poartă numele de transformare undișoară discretă inversă (TUDI).

Se poate demonstra că TUD este liniară și ortogonală. În continuare se prezintă pe un exemplu algoritmul de calcul al TUD [Nay.,Bar.,Smi.'91(1)], [Pap.,Hla.,Bou.'93], [Rio.,Duh.'92. Fie X vectorul secvenței de intrare :

$$X = S_0 = \begin{bmatrix} s_0[8] \\ s_0[7] \\ \vdots \\ s_0[1] \end{bmatrix}$$

Se consideră că lungimea filtrelor $h[n]$ și $g[n]$ este 4. Primul pas al algoritmului este descris de relația :

$$Y_1 = M_0 X$$

unde matricea M_0 este dată de relația :

$$M_0 = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & h[2] & h[3] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -h[3] & h[2] & -h[1] & h[0] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h[0] & h[1] & h[2] & h[3] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -h[3] & h[2] & -h[1] & h[0] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h[0] & h[1] & h[2] & h[3] \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -h[3] & h[2] & -h[1] & h[0] \\ h[2] & h[3] & 0 & 0 & 0 & 0 & h[0] & h[1] \\ -h[1] & h[0] & 0 & 0 & 0 & 0 & -h[3] & h[2] \end{bmatrix}$$

Se constată că se obține :

$$Y_1^T = [s_1[4] d_1[4] s_1[3] d_1[3] s_1[2] d_1[2] s_1[1] d_1[1]]$$

Prin permutări rezultă :

$$(Y_1^1)^T = [s_1[4] s_1[3] s_1[2] s_1[1] d_1[4] d_1[3] d_1[2] d_1[1]]$$

care este un vector obținut prin concatenarea secvențelor $s_1[n]$ și $d_1[n]$. Separând aceste secvențe se obțin vectorii :

$$(X_1^1)^T = [s_1[4] s_1[3] s_1[2] s_1[1]]$$

$$(X_1^2)^T = [d_1[4] d_1[3] d_1[2] d_1[1]]$$

Fie M_1 matricea obținută prin restrângerea matricii M_0 la sfertul său din stânga sus :

$$M_1 = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & h[2] & h[3] \\ -h[3] & h[2] & -h[1] & h[0] \\ 0 & 0 & h[0] & h[1] \\ 0 & 0 & -h[3] & h[2] \end{bmatrix}$$

Cel de-al doilea pas al algoritmului este descris de relația :

$$Y_2 = M_1 X_1^1$$

și rezultatul este :

$$Y_2^T = [s_2[2] d_2[2] s_2[1] d_2[1]]$$

În mod analog rezultă prin permutări :

$$(Y_2^1)^T = [s_2[2] s_2[1] d_2[2] d_2[1]]$$

unde dacă separăm secvențele $s_2[n]$ și $d_2[n]$ obținem :

$$(X_2^1)^T = [s_2[2] s_2[1]] \quad \text{și} \quad (X_2^2)^T = [d_2[2] d_2[1]]$$

Acum, cu ajutorul vectorilor X_2^1 , X_2^2 și X_1^2 se construiește vectorul Y :

$$Y^T = \left[(X_2^1)^T (X_2^2)^T (X_1^2)^T \right]$$

Această relație reprezintă rezultatul aplicării transformării undișoară discrete vectorului X [Pre., Teu., Vet., Fla.'95]. Analizând numărul de operații efectuate se constată că pentru primul pas al algoritmului au fost necesare 32 de înmulțiri și că pentru al doilea pas al algoritmului au fost necesare 16 înmulțiri, în total 68. Dacă vectorul X ar fi avut N elemente atunci s-ar fi efectuat un număr de înmulțiri de ordinul $4N$ [Rio., Vet.'91]. Dacă s-ar fi

folosit filtre de lungime L atunci acest număr ar fi fost LN . Pentru N suficient de mare se constată că numărul de înmulțiri necesare este inferior lui $N \log_2 N$, adică transformarea undișoară discretă poate fi efectuată mai rapid decât FFT a aceleiași secvențe. Acesta este motivul pentru care această transformare se mai numește și transformarea undișoară rapidă. Pentru calculul transformării inverse trebuie aplicate operațiile descrise anterior în ordine inversă. Bineînțeles în locul matricilor M_0, M_1, \dots trebuiesc folosite matricile M_0^T, M_1^T, \dots , etc. Ca orice transformare, care se aplică unei secvențe de durată finită, și această transformare prezintă erori la limitele intervalului de timp considerat. Pentru primele eșantioane ale secvenței $x[n]$, filtrele $h[n]$ și $g[n]$ încă nu sunt în regim permanent iar, la terminarea secvenței $x[n]$, filtrele folosite nu sunt încă relaxate [Ben.,Teo.'93], [Bor.'96], [Cod.'94], [Dau'93]. Pentru diminuarea acestor erori, sunt prezentate diferite metode în [Rio.'93], [Coh.'92], [Abr.,Fla.'94]. Dacă se dorește realizarea unei TUD pe blocuri atunci, pentru diminuarea erorilor provocate de problemele de la marginile blocurilor, se poate aplica una din metodele denumite "overlap and add" sau "overlap and save" [Opp.,Sch.'86]. Transformarea TUD este caracterizată de câțiva parametri. Unul dintre aceștia este expresia răspunsului la impuls $h[n]$. Conform [Asz.,Isa.'94] acesta trebuie corelat cu forma semnalului $x[n]$. În cazul în care semnalul $x[n]$ variază rapid este preferabil să se utilizeze un filtru cu răspuns la impuls mai scurt. Există aplicații în care este necesar ca răspunsul la impuls $h[n]$ să se modifice pe parcursul calculului transformatei TUD [Coi.,Wic.'93] [Dau.'91], [Don.,Joh.'92]. Un alt parametru al transformării este constanta M (numită rezoluție). În exemplul dat pentru descrierea algoritmului de calcul al transformării s-a folosit pentru M valoarea sa maximă posibilă. Nu este însă necesar ca lungimea secvenței $s_M[n]$ din structura vectorului Y să fie minimă (adică 2). Există aplicații în care lungimea secvenței $s_M[n]$ din structura vectorului Y este mai mare [Coi., Wic.'93]. În sfârșit, un ultim parametru al TUD este lungimea secvenței de intrare, N . Aceasta trebuie să fie de obicei o putere a lui 2. Pentru o alegere convenabilă este posibil să avem nevoie de o transformare pe blocuri [Asz.'96].

Pe lângă utilizarea sa la îmbunătățirea RSZ, transformarea undișoară discretă mai are și alte aplicații.

CAPITOLUL 4. Filtrarea adaptivă neliniară în domeniul transformatei

În [Isa'98] s-a demonstrat îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot prin utilizarea TUD, făcându-se analiza statistică a coeficienților TUD ai unui semnal aleator, staționar și ergodic. Se prezintă în continuare câteva filtre neliniare utilizate în domeniul transformatei.

4.1. Metoda "wavelet shrinkage"

Una dintre tehnicile de filtrare adaptivă neliniară în domeniul transformatei a fost introdusă de Donoho [Don.'92], [Don. '93] sub numele de "wavelet shrinkage". La baza acestei metode stă transformarea neliniară :

$$d_m[i] \rightarrow \text{sgn}\{d_m[i]\}(|d_m[i]|-s) \quad (4.1)$$

unde s reprezintă un prag proporțional cu dispersia zgomotului $n(t)$.

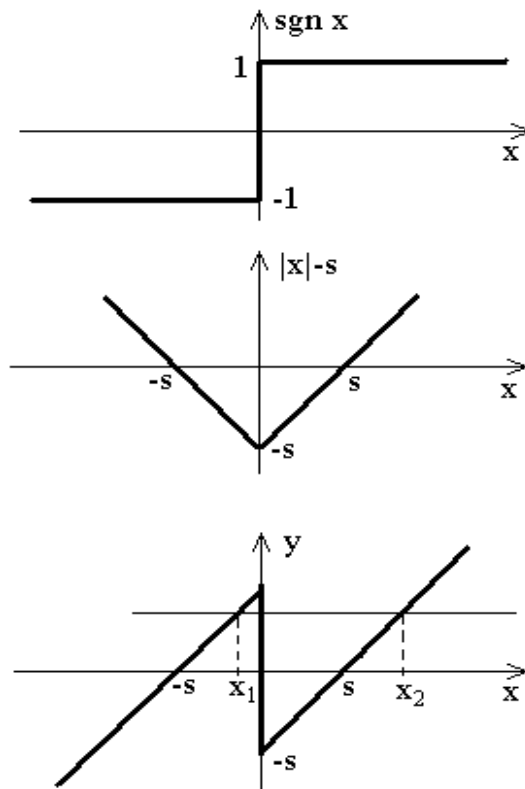


Figura 4.1. Transformarea funcțională descrisă de relația (4.1)

Se observă că este vorba despre o filtrare adaptivă, parametrul s depinzând de semnalul $n(t)$ prin intermediul dispersiei acestuia (cu care este proporțională constanta s). Se constată că operatorul definit de relația (4.1) este unul neliniar.

Având în vedere că :

$$x[k] = x_u[k] + n[k]$$

și că TUD este liniară, rezultă că :

$$d_{m_x}[k] = d_{m_u}[k] + d_{m_n}[k]$$

Dispersiile semnalelor aleatoare $d_m[n]$ pot fi minimizate prin alegerea judicioasă a undișoarei mamă, aceasta având ca efect scăderea valorii acestora. De aici vine și denumirea metodei "wavelet shrinkage". Din nefericire sunt afectați și coeficienții $d_{mxu}[k]$. Conform referințelor bibliografice deja citate metoda propusă este eficientă eliminând aproape complet zgomotul dar distorsionând și semnalul util. De aceea această metodă se aplică doar în cazul semnalelor $x(t)$ cu raport semnal pe zgomot mare (atunci când s este neglijabil în comparație cu $d_{mxu}[n]$).

În continuare se analizează metoda propusă. Relația (4.1) descrie schimbarea de variabilă aleatoare:

$$y = \operatorname{sgn}x \cdot (|x| - t)$$

Această transformare funcțională este reprezentată grafic în figura 4.1.

Fie variabila aleatoare X descrierea statistică a semnalului $d_m[i]$ la momentul fixat i . Considerând că semnalele $d_m[i]$ sunt de tip zgomot alb (presupunere justificată în paragraful anterior) rezultă că variabila aleatoare X este distribuită gaussian (având media 0 și dispersia σ). Aplicând variabilei aleatoare X transformarea funcțională descrisă în figura 4.1 se obține variabila aleatoare Y . Se determină $p_Y(y)$ în funcție de densitatea de probabilitate a variabilei aleatoare X , $p_X(x)$. Conform figurii 4.1 rezultă :

$$p_Y(y) = \frac{p_X(x_1)}{\frac{dy}{dx_1}} + \frac{p_X(x_2)}{\frac{dy}{dx_2}}$$

unde :

$$x_1 \in (-\infty, 0); y = x_1 + s \Leftrightarrow x_1 = y - s;$$

$$\frac{dy}{dx_1} = 1, y \in (-\infty, s)$$

$$x_2 \in (0, \infty); y = x_2 - s \Leftrightarrow x_2 = y + s;$$

$$\frac{dy}{dx_2} = 1, y \in (-s, \infty)$$

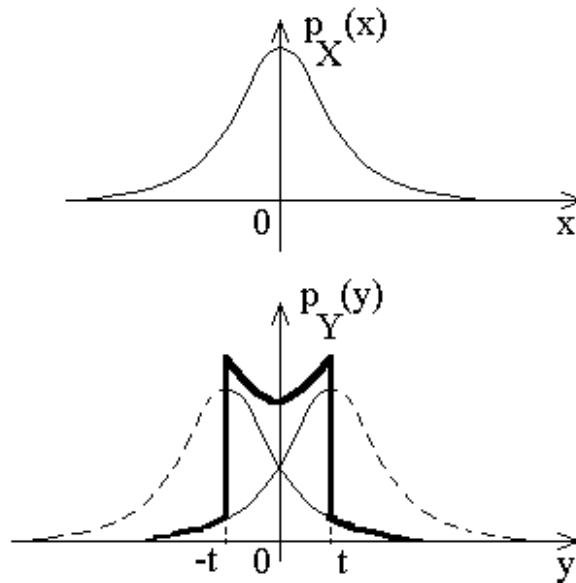


Figura 4.2. Densitățile de probabilitate ale variabilelor aleatoare X și Y

De aceea se poate scrie :

$$p_Y(y) = p_X(y-s)\sigma(s-y) + p_X(y+s)\sigma(y+s)$$

În figura 4.2 sunt prezentate cele două densități de probabilitate $p_X(x)$ și $p_Y(y)$.

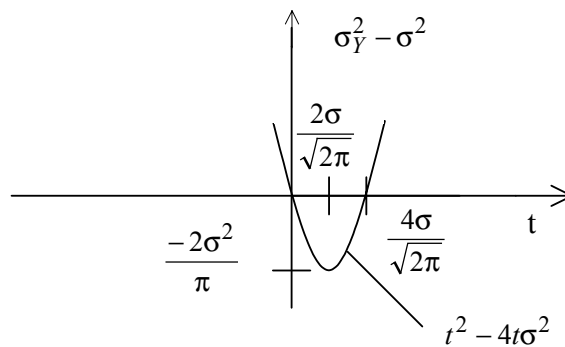


Figura 4.3. Mulțimea valorilor lui s pentru care metoda "wavelet shrinkage" este eficientă

se constată faptul că funcția $p_Y(y)$ este pară. Media acestei variabile aleatoare este :

$$m_Y = \int_{-\infty}^{\infty} y p_Y(y) dy = 0$$

fiind integrala pe un interval simetric a unei funcții impare.

S-a determinat [Isa'98] valoarea dispersiei variabilei aleatoare Y, σ_Y pe baza dispersiei variabilei aleatoare X, σ .

$$\sigma_Y^2 = \sigma^2 - 4s \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} + s^2 \quad (4.2)$$

Trebuie determinată mulțimea valorilor lui σ pentru care are loc relația :

$$\sigma_Y^2 < \sigma^2 \quad (4.3)$$

Pentru aceste valori, prin aplicarea transformării (4.1) se obține un nou semnal aleator (descriș de variabila aleatoare Y la momentul i) a cărui putere este inferioară puterii semnalului $d_m[n]$ și metoda propusă este eficientă.

Condițiile (4.2) și (4.3) conduc la relația :

$$s^2 - 4s \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} < 0$$

Soluțiile acestei inegalități sunt localizate ca în figura 4.3.

S-a demonstrat în acest fel că valoarea minimă a dispersiei variabilei aleatoare Y este :

$$\sigma_{Y_{\min}} = \sqrt{\frac{\pi-2}{\pi}} \sigma = 0,6 \sigma \quad (4.4)$$

și că această valoare este obținută pentru un prag σ de valoare $0,797 \sigma$.

În consecință, aplicând transformarea din relația (4.1) semnalelor aleatoare $d_m[i]$ se obțin noi semnale aleatoare de putere (dispersie) inferioară celor inițiale. De aceea se poate afirma că metoda propusă înlătură o parte din zgomotul conținut în semnalele $d_m[i]$. Iată pentru ce în referințele bibliografice deja citate este utilizat termenul "denoising".

Conform relației (4.4) cea mai mare reducere posibilă a puterii de zgomot obținabilă aplicând metoda propusă este de :

$$\frac{\sigma_{Y_{\min}}^2}{\sigma^2} = \frac{(0,6)^2}{1} = 0,36$$

De aceea, în cel mai fericit caz, se poate vorbi de o îmbunătățire a RSZ de 2,77 ori. Astfel, metoda propusă nu poate conduce la rezultate remarcabile decât în cazul unor semnale care au deja RSZ destul de mare. Având în vedere că alegerea pragului s depinde de dispersia zgomotului $n(t)$, s, rezultă că "wavelet shrinkage" este o metodă de filtrare neliniară adaptivă în domeniul TUD. Este clar că aplicarea relației (4.1) presupune un volum de calcul mult inferior celui solicitat de algoritmul LMS sau de filtrarea Wiener multicanal.

4.2. Metoda detecției de prag

O altă metodă de filtrare neliniară în domeniul TUD este propusă de Moulin în [Mou.'94]. Această metodă se bazează pe o detecție de prag. Transformarea care stă la baza acestei metode este:

$$d_m[i] \rightarrow \begin{cases} d_m[i], & d_m[i] > s \\ 0, & \text{in rest} \end{cases} \quad (4.5)$$

Raționând ca mai sus se consideră variabila aleatoare X distribuită gaussian cu media nulă și dispersia s^2 . Aceasta este transformată cu ajutorul relației :

$$y = \begin{cases} x, & |x| > s \\ 0, & |x| \leq s \end{cases} \quad (4.6)$$

în variabila aleatoare Y . Se face caracterizarea statistică a acestei variabile aleatoare. Transformarea (4.6) este reprezentată grafic în figura 4.4.

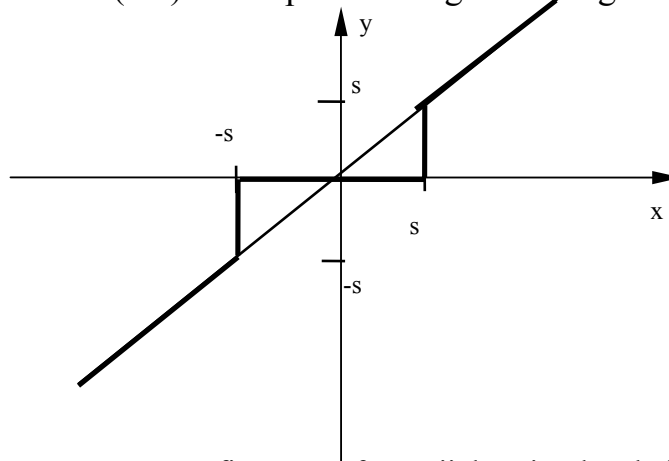


Figura 4.4. Reprezentarea grafică a transformării descrise de relația (4.6)

Pe intervalul $(-\infty, -s)$ variabilele X și Y sunt identice. De aceea :

$$F_Y(y) = P(Y \leq y) = F_X(y) \quad , y \in (-\infty, -s)$$

Pe intervalul $[-s, 0)$ variabila aleatoare Y este identic nulă și deci

$$F_Y(y) = P\{Y \leq -s\} = F_X(-s) \quad , y \in [-s, 0)$$

Pe intervalul $[0, s)$ variabila aleatoare Y este identic nulă și se poate deci scrie :

$$F_Y(y) = P(Y \leq s) = F_X(s) \quad , y \in [0, s)$$

Pe intervalul $[s, \infty)$ variabilele X și Y sunt identice. De aceea :

$$F_Y(y) = P(X \leq y) = F_X(y) \quad , y \in [s, \infty)$$

În consecință, funcția de repartiție a variabilei aleatoare Y are graficul din figura 4.5.

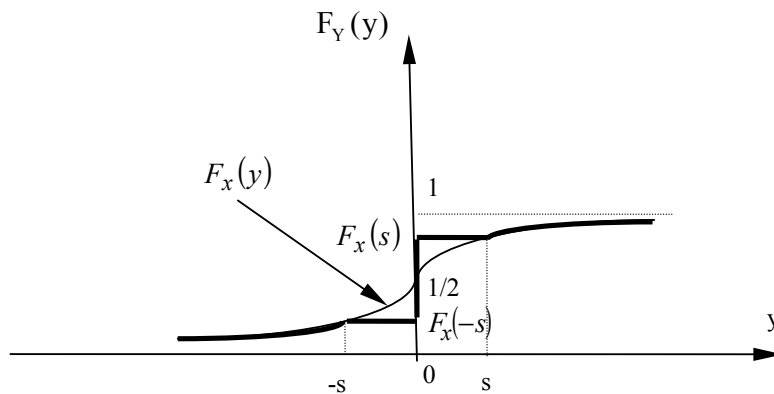


Figura 4.5. Graficul funcției de repartiție a variabilei aleatoare Y

Întrucât densitatea de probabilitate se poate obține pe baza derivării funcției de repartiție, operând în sensul distribuțiilor, pentru $p_Y(y)$ se obține graficul din figura 4.6.

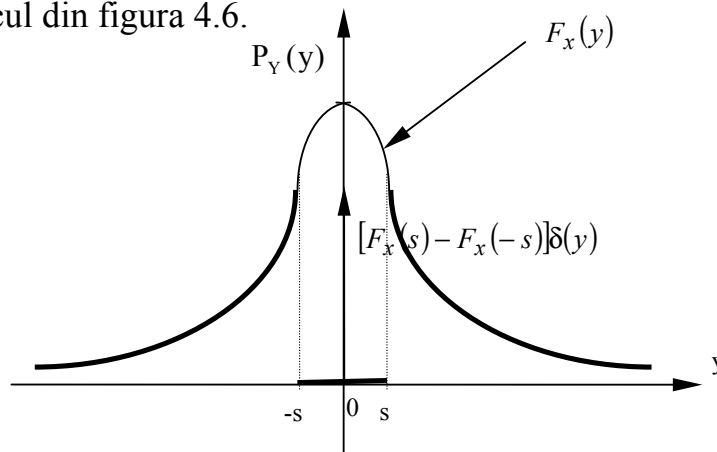


Figura 4.6. Densitatea de probabilitate a variabilei aleatoare Y

Deci :

$$p_Y(y) = p_X(y) \sigma(-y - s) + (F_X(s) - F_X(-s)) \delta(y) + p_X(y) \sigma(y - s) \quad (4.6)$$

Se determină media variabilei aleatoare Y :

$$y P_Y(y) = y p_X(y) \sigma(-y - s) + y p_X(y) \sigma(y - s)$$

De aceea :

$$m_Y = \int_{-\infty}^{\infty} y p_Y dy = \int_{-\infty}^{-s} y p_X(y) dy + \int_s^{\infty} y p_X(y) dy \quad (4.7)$$

relația (4.6) devenind :

$$m_Y = \int_{-\infty}^{\infty} y p_X(y) dy - \int_{-s}^s y p_X(y) dy = 0$$

deoarece cele două integrale sunt nule fiind integrale de funcții impare pe intervale simetrice.

În continuare se calculează dispersia variabilei aleatoare Y.

$$\begin{aligned}\sigma_Y^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p_Y(y) dy = \int_{-\infty}^{-s} y^2 p_Y(y) dy + \int_{-s}^s y^2 \delta(y) dy + \int_s^{\infty} y^2 p_Y(y) dy = \\ &= \int_{-\infty}^{-s} y^2 p_Y(y) dy + \int_s^{\infty} y^2 p_Y(y) dy = \int_{-\infty}^{\infty} y^2 p_Y(y) dy - \int_{-s}^s y^2 p_Y(y) dy\end{aligned}$$

sau :

$$\sigma_Y^2 = \sigma^2 - 2 \int_0^s y^2 p_X(y) dy$$

Calculăm ultima integrală :

$$\begin{aligned}\int_0^s y^2 p_X(y) dy &= \int_0^s y^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \sigma^2 \int_0^s y d\left(e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}\right) = \\ &= \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}} \left(-se^{-\frac{s^2}{2\sigma^2}}\right) + \sigma^2 \left(F_X(s) - \frac{1}{2}\right)\end{aligned}$$

Revenind avem :

$$\sigma_Y^2 = \sigma^2 + \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} se^{-\frac{s^2}{2\sigma^2}} - 2\sigma^2 \left(F_X(s) - \frac{1}{2}\right)$$

În figura 4.7 se prezintă dependența de s a diferenței $\sigma_Y^2 - \sigma^2$ dată de relația :

$$\sigma_Y^2 - \sigma^2 = \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} se^{-\frac{s^2}{2\sigma^2}} - 2\sigma^2 \left(F_X(s) - \frac{1}{2}\right) \quad (4.8)$$

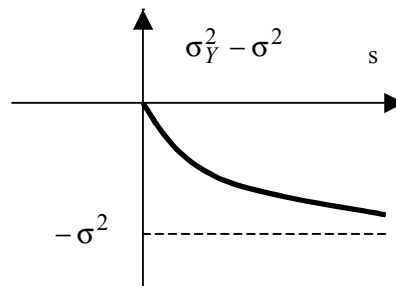


Figura 4.7. Dependența de s a diferenței $\sigma_Y^2 - \sigma^2$.

Analizând figura 4.7 și relația (4.8) se constată faptul că, oricare ar fi s pozitiv, $\sigma_Y^2 - \sigma^2 < 0$, ceea ce dovedește că metoda propusă realizează o îmbunătățire a RSZ, indiferent de pragul folosit.

Se observă de asemenea că :

$$\sigma_Y^2 - \sigma^2 \Big|_{s=0} = 0$$

relație care confirmă justetea calculului făcut, conform figurilor 4.4, 4.5 și 4.6. Se mai constată că :

$$\sigma_Y^2 - \sigma^2 \Big|_{s=\infty} = -\sigma^2$$

Cu alte cuvinte, σ_Y^2 descrește cu creșterea lui s între σ^2 (pentru $s=0$) și 0 (pentru $t \rightarrow \infty$). Deci pe baza acestei metode zgomotul $d_{mn}[i]$ ar putea fi redus oricât de mult.

Din păcate o dată cu creșterea lui s sunt eliminate și eșantioanele utile din semnalele $d_m[i]$, metoda producând distorsiuni ale părții utile a semnalului de prelucrat. Pentru valori mici ale lui s aceste distorsiuni sunt ne semnificative, cea mai bună dovadă fiind aceea că această metodă este una dintre cele care se folosesc pentru compresia semnalelor în domeniul TUD [Isa.,Asz.'94], [Asz., Isa.]94].

Ar fi interesant de determinat pragul s în scopul maximizării RSZ de la ieșirile celor două filtre propuse. Notând cu $x[i]$ eșantioanele de semnal util de la intrarea filtrului neliniar și cu $y[i]$ eșantioanele de semnal util de la ieșire se constată că :

$$E_i = \sum_{i=0}^{N-1} |x_i|^2 ; E_e = \sum_{i=0}^{N-1} |x_i|^2 ; RSZ_i = \frac{E_i}{\sigma^2} ; RSZ_e = \frac{E_e}{\sigma_Y^2}$$

Dar, pentru metoda "wavelet shrinkage" :

$$E_e = \sum_{i=0}^{N-1} |x_i|^2 - 2s \sum_{i=0}^{N-1} |x_i| + s^2$$

sau, cu notația :

$$\sum_{i=0}^{N-1} |x_i|^2 = S_{N-1}$$

vom avea :

$$E_e = E_i - 2s S_{N-1} + s^2$$

De aceea, în cazul acestei metode :

$$RSZ_e = \frac{E_i - 2s S_{N-1} + s^2}{\sigma^2 - \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sigma s + s^2}$$

Se constată că pentru maximizarea acestei funcționale după parametrul s este necesară cunoașterea valorilor E_i și S_{N-1} , adică este necesară cunoașterea expresiei analitice a lui $x[n]$. Rezultă că pentru cazul general valoarea optimă a pragului s poate fi fixată adaptiv, având ca și criteriu de adaptare maximizarea lui RSZ . Concluzia este valabilă și pentru cea de-a doua metodă de filtrare neliniară propusă.

4.3. Metodă originală de filtrare

Referitor la distorsionarea semnalului $d_m[n]$, în cazul metodei "wavelet shrinkage" se poate afirma că acele eșantioane care au valori mari (mult mai mari decât s) nu sunt afectate de metoda propusă dar că acele eșantioane care au valori apropiate de s sunt puternic afectate de metoda propusă. În consecință va fi de dorit ca eșantioanele $d_m[i]$ să fie tratate diferit în funcție de valoarea lor. Cele mici ar fi util să fie prelucrate cu metoda bazată pe detecția de prag iar cele mari să fie prelucrate pe baza metodei "wavelet shrinkage". De aceea în [Isa.,Asz.,Isa.'95] se propune transformarea :

$$d_m[i] \leftrightarrow \begin{cases} 0, & \text{pentru } |d_m[i]| < s \\ \text{sgn}\{d_m[i]\}(|d_m[i]| - s), & \text{pentru } |d_m[i]| \geq s \end{cases} \quad (4.9)$$

În aceeași lucrare se prezintă rezultate experimentale obținute pe baza aplicării metodei de îmbunătățire a RSZ prin filtrare neliniară în domeniul TUD, descrisă de relația (4.9).

Se constată că metoda este valabilă pentru o mare diversitate de semnale utile, că zgomotul este aproape complet înlăturat și că semnalele utile nu sunt prea distorsionate. Prezentarea detaliată a rezultatelor experimentale privind aplicarea metodei descrisă de relația (4.9) la diverse semnale este subiectul capitolului următor.

Pentru analiza noii metode de filtrare în domeniul transformatei, fie X variabila aleatoare de la intrare. Folosind estimatorul propus se obține variabila aleatoare Y . Această transformare este prezentată în figura 4.8.

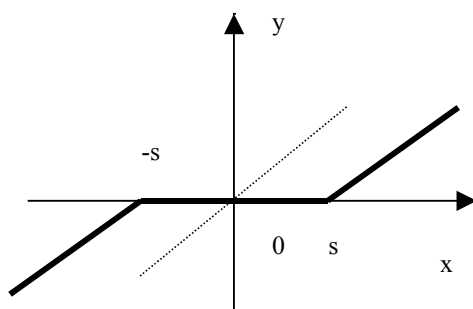


Figura 4.8. Transformarea propusă.

Legătura dintre funcțiile de repartiție ale celor două variabile aleatoare este, așa cum se arată în [Isa.,Asz.,Isa.'95] :

$$F_Y(y) = F_X(y-s)\sigma(-y) + F_X(y+s)\sigma(y)$$

Derivând această relație se obține legătura dintre densitățile de probabilitate corespunzătoare :

$$p_Y(y) = p_X(y-s)\sigma(-y) + (F_X(s) - F_X(-s))\delta(y) + p_X(y+s)\sigma(y)$$

Din acest motiv valoarea medie a variabilei aleatoare Y are valoarea:

$$m_Y = \int_{-\infty}^{\infty} yp_Y(y)dy = 0$$

În continuare se calculează dispersia acestei variabile aleatoare.

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^0 y^2 p_X(y-s)dy + \int_0^{\infty} y^2 p_X(y+s)dy$$

Dar:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^0 y^2 p_X(y-s)dy &= \int_{-\infty}^{-s} (u+s)^2 p_X(u)du = \\ &= \int_{-\infty}^{-s} u^2 p_X(u)du + 2s \int_{-\infty}^{-s} up_X(u)du + s^2 F_X(-s) \end{aligned}$$

și:

$$\int_0^{\infty} y^2 p_X(y+s)dy = \int_s^{\infty} u^2 p_X(u)du - 2s \int_s^{\infty} up_X(u)du + s^2(1 - F_X(s))$$

Deci:

$$\sigma_Y^2 = 2 \int_s^{\infty} u^2 p_X(u)du - 4s \int_s^{\infty} up_X(u)du + s^2(1 - F_X(s) + F_X(-s))$$

Presupunând că X este o variabilă aleatoare gaussiană, având densitatea de probabilitate $p_X(x)$, primul termen al membrului drept al ultimei relații are valoarea :

$$\int_s^{\infty} u^2 p_X(u) du = \frac{\sigma_X^2}{\sqrt{2\pi}} s e^{-\frac{s^2}{2\sigma_X^2}} + \sigma_X^2 (1 - F_X(s))$$

și:

$$\int_s^{\infty} u p_X(u) du = \sigma_X^2 p_X(s)$$

În acest caz expresia dispersiei devine :

$$\sigma_Y^2 = 2s^2(1 - F_X(s)) - 2s\sigma_X^2 p_X(s) + 2\sigma_X^2(1 - F_X(s))$$

În figura 4.9 este prezentată funcția de repartiție a variabilei aleatoare Y iar în figura 4.10 densitatea de probabilitate a acestei variabile aleatoare. În figura 4.11 este prezentată dependența dispersiei variabilei aleatoare Y de valoarea pragului s .

Analizând ultima figură se constată că pentru orice valoare a pragului s dispersia semnalului de la ieșire este inferioară dispersiei semnalului de la intrare. Cu alte cuvinte, oricare ar fi puterea zgomotului care perturbă aditiv semnalul util, de prelucrat, la ieșire se obține un semnal util perturbat aditiv cu un zgomot cu o putere mai mică. Evident reducerea puterii zgomotului este cu atât mai importantă cu cât se folosește un prag de valoare mai mare. Pentru o valoare suficient de mare a pragului zgomotul perturbator poate fi practic rejectat. Se constată că nu există o valoare optimă a pragului (care să conducă la minimizarea puterii zgomotului de la ieșire) așa ca în cazul filtrului de tip “wavelet shrinkage” (prezentat la începutul acestui paragraf).

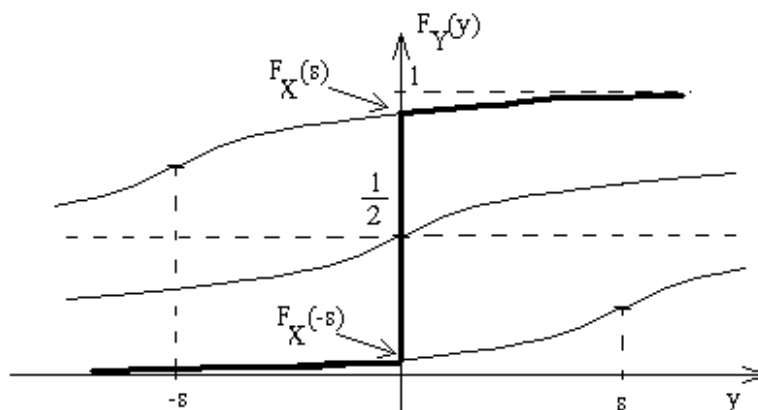


Figura 4.9. Funcția de repartiție a variabilei aleatoare Y .

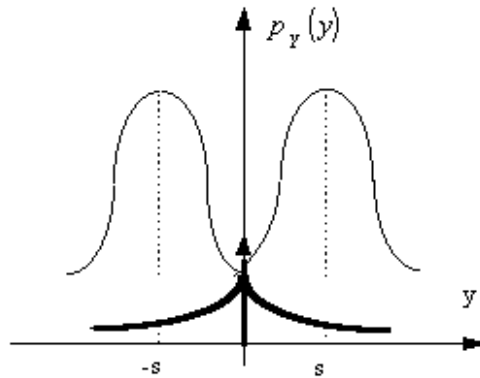


Figura 4.10. Densitatea de probabilitate a variabilei aleatoare Y.

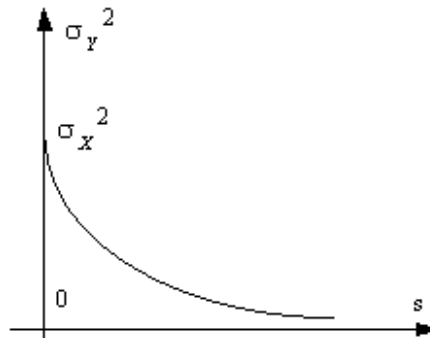


Figura 4.11. Dependența dispersiei variabilei aleatoare Y de valoarea pragului s.

Mai degrabă, acest al treilea filtru neliniar (care se mai numește și filtru de tipul “soft thresholding”) are o comportare mai apropiată de cea a filtrului propus de Moulin (care mai poartă și numele de filtru de tipul “hard thresholding”), permițând prelucrarea unor semnale cu raport semnal pe zgomot mult mai mic decât în cazul filtrului de tip “wavelet shrinkage”. Din nefericire odată cu creșterea valorii pragului și în cazul acestui al treilea filtru cresc și distorsiunile semnalului util de la ieșire. De aceea, în continuare, pentru aprecierea ultimului estimator propus se analizează îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot pe care o poate realiza acest filtru neliniar. Această analiză este realizată în conformitate cu [Isa.'97].

Semnalul de la intrarea filtrului de tipul “soft thresholding” este de forma:

$$x[n] = x_u[n] + z_x[n]$$

unde $z_x[n]$ este un zgomot staționar cu puterea σ_x^2 . Dacă semnalele $x_u[n]$ și $z_x[n]$ sunt necorelate atunci se poate scrie :

$$P_x = P_{x_u} + P_{n_x}$$

Raportul semnal pe zgomot la intrare este egal cu :

$$RSZ_i = \frac{P_{x_u}}{\sigma_x^2}$$

Semnalul de la ieșirea filtrului este de forma :

$$y[n] = y_u[n] + z_y[n]$$

iar RSZ la ieșire va fi :

$$RSZ_e = \frac{P_{y_u}}{\sigma_y^2}$$

Îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot realizată de filtrul de tip “soft thresholding” este :

$$\chi = \frac{RSZ_e}{RSZ_i} = \frac{P_{y_u}}{\sigma_y^2} \frac{\sigma_x^2}{P_{x_u}}$$

Făcând ipoteza că și semnalul util și zgomotul de la ieșire sunt decorelate, ultima relație devine :

$$\chi = \frac{P_y - \sigma_y^2}{P_x - \sigma_x^2} \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}$$

Puterile semnalelor de la intrare și de la ieșire, P_x și P_y , pot fi calculate deoarece aceste semnale sunt accesibile măsurării. Puterea zgomotului de la intrare poate fi măsurată în absența semnalului util de intrare iar puterea zgomotului de la ieșire poate fi calculată folosind formula dedusă mai sus pentru orice valoare a pragului s .

Deci îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot χ este o funcțională de valoarea pragului s . Există posibilitatea ca această funcțională să aibă o valoare minimă pentru o anumită valoare a pragului s . Relația intrare-ieșire pentru filtrul de tip “soft-thresholding” poate fi pusă în forma :

$$y[k] = \begin{cases} x[k] - s, & x[k] > s, \\ x[k] + s, & x[k] < -s, \\ 0, & |x[k]| < s \end{cases}$$

Puterea semnalului de la ieșirea acestui filtru este :

$$P_y = \sum_{k=1}^N (y[k])^2 = \sum_{k_1=1}^{N_1} (x[k] - s)^2 + \sum_{k_2=1}^{N_2} (x[k] + s)^2$$

S-a notat cu N_1 numărul de eșantioane a căror valoare este superioară lui s și cu N_2 numărul de eșantioane din semnalul de ieșire a căror valoare este mai mică decât $-s$. Expresia puterii de la ieșire devine :

$$P_y = \sum_{k_1=1}^{N_1} x^2[k_1] + \sum_{k_2=1}^{N_2} x^2[k_2] + 2s \left(\sum_{k_2=1}^{N_2} x[k_2] - \sum_{k_1=1}^{N_1} x[k_1] \right) + (N_1 + N_2)s^2$$

Dacă valoarea pragului s este suficient de mică se pot face aproximările :

$$\sum_{k_1=1}^{N_1} x^2[k_1] + \sum_{k_2=1}^{N_2} x^2[k_2] \cong P_x \cong P_{x_u} + \sigma_x^2$$

și :

$$\sum_{k_2=1}^{N_2} x[k_2] - \sum_{k_1=1}^{N_1} x[k_1] \cong - \sum_{k=1}^N x[k]$$

notând această ultimă expresie cu α . Se poate scrie, de asemenea :

$$N_1 + N_2 \cong \beta N \quad \text{cu } 0 < \beta < 1$$

Iată de ce puterea semnalului de la ieșire poate fi calculată cu formula :

$$P_y = P_x + 2s\alpha + \beta N s^2$$

Incluzând și distorsiunea semnalului util de la ieșire în categoria perturbațiilor, raportul semnal pe zgomot la ieșire poate fi calculat cu formula :

$$RSZ_e = \frac{P_{x_u}}{P_y - P_{x_u}} = \frac{P_{x_u}}{\beta N s^2 + 2\alpha s + \sigma_x^2}$$

Valoarea maximă a acestui raport se obține atunci când numitorul său este minim. Această situație apare atunci când pragul ia valoarea optimă s_0 dată de relația :

$$s_0 = -\frac{\alpha}{\beta N}$$

Dacă sunt satisfăcute ipotezele făcute, atunci există o valoare optimă a pragului pentru maximizarea raportului semnal pe zgomot la ieșire, în cazul filtrului de tip “soft-thresholding”.

Din nefericire această valoare optimă este dificil de calculat înaintea efectuării filtrării deoarece constantele α , β , și N au valori care depind de forma de undă a semnalului util de la intrare precum și de tipul de zgomot de la intrare. De aceea a fost conceput un algoritm adaptiv pentru alegerea pragului care maximizează raportul semnal pe zgomot de la ieșirea filtrului de tip “soft-thresholding”.

Acest algoritm reprezintă subiectul articolului [Isa.'97].

Etapele sale sunt următoarele:

1. Se calculează transformata undișoară discretă a semnalului achiziționat.
2. Se presupune cunoscută puterea semnalului util de la intrarea filtrului de tip “soft thresholding”. Această ipoteză este în acord cu formularea problemei îmbunătățirii raportului semnal pe zgomot în telecomunicații (se cunoaște puterea emițătorului dar nu se cunoaște puterea zgomotului care se suprapune peste semnalul util în canalul de telecomunicații).
3. Se calculează raportul semnal pe zgomot la intrare.
4. Se efectuează filtrarea cu filtrul de tip “soft-thresholding” utilizând o valoare mică pentru prag.
5. Se calculează raportul semnal pe zgomot la ieșire. Se determină îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot realizată. Se memorează semnalul de ieșire obținut precum și valoarea îmbunătățirii raportului semnal pe zgomot.
6. Se repetă etapa anterioară folosind aceeași valoare (mică) pentru prag. La intrarea filtrului este conectat de această dată semnalul obținut la ieșire în iterația anterioară. Se memorează noul semnal de ieșire precum și noua valoare obținută pentru îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot. Aceasta se calculează pe baza valorii raportului semnal pe zgomot de la intrare calculată în etapa 2.
7. Se repetă etapa anterioară atât timp cât valoarea raportului semnal pe zgomot crește de la iterație la iterație. Algoritmul se încheie de îndată ce valoarea raportului semnal pe zgomot obținută în etapa curentă este mai mică decât valoarea aceluiași parametru obținută în etapa anterioară. Semnalul de ieșire va fi cel memorat la sfârșitul etapei anterioare. Valoarea raportului semnal pe zgomot va fi de asemenea cea înregistrată la sfârșitul etapei anterioare.
8. Se calculează transformata undișoară inversă a semnalului obținut la sfârșitul etapei anterioare. În acest mod se obține semnalul rezultat al prelucrării dedicate îmbunătățirii raportului semnal pe zgomot. Metoda propusă poate fi încă optimizată, prin selectarea acelei transformări undișoară discretă care se potrivește cel mai bine cu semnalul util de prelucrat. Unele considerente pe care se poate baza o astfel de optimizare

sunt prezentate în [Isa.'97] și în [Bor.,Isa.'97]. Alte lucrări pe această temă care merită să fie amintite sunt: [Buc.,Don.'95], [Buc.,Don.'96], [Chi.,Kol.,Cul.'96], [Coh.,d'Al.'95], [Coh.,Kov.'96], [Coi.,Sai.'96], [Gao.'97], [Gao.'97(1)], [Gao.'97(2)], [Hil.,Ogd.'97], [Kol.'96], [Lan.,Guo.,Ode.,Bur.,Wel.'95], [Nas.'94] și [Pes., Ade., Pes., Hel.'96]. Alte filtre neliniare interesante pentru prelucrarea în domeniul TUD sunt prezentate în [Pit.,Ven.'86(1)] și în [Pit.,Ven.'86(2)].

CAPITOLUL 5. REZULTATE EXPERIMENTALE

Acest capitol este dedicat simulărilor metodei adaptive de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot propusă la sfârșitul capitolului anterior. Aceste simulări au fost realizate cu ajutorul unor programe scrise în C dedicate acestui scop.

5.1. Programe de simulare conținând metoda adaptivă pentru îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot

Funcțiile acestor programe sunt:

1. Generarea unor semnale deterministe, care sunt semnalele utile de la intrarea sistemului de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot.
2. Generarea unor semnale aleatoare, adică a zgomotelor care perturbă aditiv semnalele utile la intrarea în sistem.
3. Însurarea celor două tipuri de semnale generate anterior.
4. Aplicarea algoritmului adaptiv descris la sfârșitul capitolului anterior. Se afișează raportul semnal pe zgomot la intrare, raportul semnal pe zgomot la ieșire obținut după ultima iterație și îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot obținută. Pentru funcționarea corectă a acestui program este necesară specificarea undișoarei mamă pe baza căreia se dorește calculul transformărilor undișoară discretă directă și inversă. Există și posibilitatea evidențierii distorsiunilor pe care le-a suferit semnalul util în procesul de prelucrare.
5. Identificarea deviațiilor diferiților parametri ai semnalului util apărute în procesul de prelucrare.

Sursele programelor sunt listate în continuare.

Programul de reducere a zgomotului, adaptiv :

```
#include<math.h>
#include<string.h>
#include<graphics.h>
#include<stdlib.h>
#include"frame.c"
#define NR 512
#define NACT 512
```



```

double huge x[NR];
double huge y[NR];
static double huge z[NACT];
double huge temp[NACT];
int N=2;
int ni=4;
int filef=1;
int nc=0; //numarul coeficientilor redusi la 0
int pas;//numarul iteratiilor facute

//variabile si functii pt grafica

void initmodegr(void);
void graph(int xo,int yo,int tabl);

int amplmax=1; //amplitudine maxima
char polar=1; //polaritate - implicit bipolar

static double cd[20];
static double ci[20];
static double cid[20];
static double cii[20];

static double scara;
static int r=0;
static char s[20];
double *prag;

static struct {
    double ampl,df,prg;
    char type[15];
    int No,pol;
    double alpha;
    double incr;
} env;

void initinvc(void)
{ int i;
for(i=0;i<2*N;i++)

```

```

        if(i%2) cid[i]=cd[i];
        else cid[i]=cd[2*N-2-i];
for(i=0;i<2*N;i++)
    cii[i]=pow(-1,i)*cid[2*N-1-i];
}

void initni(void)
{
ni=(int)(pow(2.0,(int)(N/2+1)));
}

void gprintf(char *msg)
{
    if(r==8){clrscr();r=0;}
    gotoxy(1,r+1);
    printf("%s",msg);
    r++;
}

void initc(void)
{int i;
char buf[50];
switch(N){
    case 2 : cd[0]=0.4829629131445341;
            cd[1]=0.8365163037378079;
            cd[2]=0.2241438680420134;
            cd[3]=-0.1294095225512604;
            break;

    case 3 : cd[0]=0.332670552950;
            cd[1]=0.806891509311;
            cd[2]=0.459877502118;
            cd[3]=-0.135011020010;
            cd[4]=-0.085441273882;
            cd[5]=0.035226291882;
            break;

    case 4 : cd[0]=0.230377813309;
            cd[1]=0.714846570553;
            cd[2]=0.630880767930;
            cd[3]=-0.027983769417;

```

```

cd[4]=-0.187034811719;
cd[5]=0.030841381836;
cd[6]=0.032883011667;
cd[7]=-0.010597401785;
break;
case 5 : cd[0]=0.160102397974;
cd[1]=0.603829269797;
cd[2]=0.724308528438;
cd[3]=0.138428145901;
cd[4]=-0.242294887066;
cd[5]=-0.032244869585;
cd[6]=0.077571493840;
cd[7]=-0.006241490213;
cd[8]=-0.012580751999;
cd[9]=0.003335725285;
break;
case 6 : cd[0]=0.111540743350;
cd[1]=0.494623890398;
cd[2]=0.751133908021;
cd[3]=0.315250351709;
cd[4]=-0.226264693965;
cd[5]=-0.129766867567;
cd[6]=0.097501605587;
cd[7]=0.027522865530;
cd[8]=-0.031582039318;
cd[9]=0.000553842201;
cd[10]=0.004777257511;
cd[11]=-0.001077301085;
break;
case 7 : cd[0]=0.077852054085;
cd[1]=0.396539319482;
cd[2]=0.729132090846;
cd[3]=0.469782287405;
cd[4]=-0.143906003929;
cd[5]=-0.224036184994;
cd[6]=0.071309219267;
cd[7]=0.080612609151;
cd[8]=-0.038029936935;
cd[9]=-0.016574541631;
cd[10]=0.012550998556;

```

```

cd[11]=0.000429577973;
cd[12]=-0.001801640704;
cd[13]=0.000353713800;
break;
case 8 : cd[0]=0.054415842243;
cd[1]=0.312871590914;
cd[2]=0.675630736297;
cd[3]=0.585354683654;
cd[4]=-0.015829105256;
cd[5]=-0.284015542962;
cd[6]=0.000472484574;
cd[7]=0.128747426620;
cd[8]=-0.017369301002;
cd[9]=-0.044088253931;
cd[10]=0.013981027917;
cd[11]=0.008746094047;
cd[12]=-0.004870352993;
cd[13]=-0.000391740373;
cd[14]=0.000675449406;
cd[15]=-0.000117476784;
break;
case 9 : cd[0]=0.038077947364;
cd[1]=0.243834674613;
cd[2]=0.604823123690;
cd[3]=0.657288078051;
cd[4]=0.133197385825;
cd[5]=-0.293273783279;
cd[6]=-0.096840783223;
cd[7]=0.148540749338;
cd[8]=0.030725681479;
cd[9]=-0.067632829061;
cd[10]=0.000250947115;
cd[11]=0.022361662124;
cd[12]=-0.004723204758;
cd[13]=-0.004281503682;
cd[14]=0.001847646883;
cd[15]=0.000230385764;
cd[16]=-0.000251963189;
cd[17]=0.000039347320;
break;

```

```

    case 10 : cd[0]=0.026670057901;
              cd[1]=0.188176800078;
              cd[2]=0.527201188932;
              cd[3]=0.688459039454;
              cd[4]=0.281172343661;
              cd[5]=-0.249846424327;
              cd[6]=-0.195946274377;
              cd[7]=0.127369340336;
              cd[8]=0.093057364604;
              cd[9]=-0.071394147166;
              cd[10]=-0.029457536822;
              cd[11]=0.033212674059;
              cd[12]=0.003606553567;
              cd[13]=-0.010733175483;
              cd[14]=0.001395351747;
              cd[15]=0.001992405295;
              cd[16]=-0.000685856695;
              cd[17]=-0.000116466855;
              cd[18]=0.000093588670;
              cd[19]=-0.000013264203;
              break;
    }

    for(i=0;i<2*N;i++)
        ci[i]=pow(-1,i)*cd[2*N-1-i];
    //for(i=0;i<2*N;i++)
    // printf("cd[%d]=%2.14f\tci[%d]=%2.14f\n",i,cd[i],i,ci[i]);
    sprintf(buf,"Valoarea lui N este %2d",N);
    gprintf(buf);
    initinvc();
    }

    void DWT(int n)

    {int nn,i,k;
    double yt=0;
    nn=n;
    //if(nn<ni) return;
    for(i=0;i<nn;i++){
        yt=0;

```

```

    if((i+1)%2)
        for(k=0;k<2*N;k++) {
            yt+=z[(k+i)%nn]*cd[k];
            y[i/2]=yt;
        }
    else
        for(k=0;k<2*N;k++) {
            yt+=z[(k+i-1)%nn]*ci[k];
            y[(nn+i)/2]=yt;
        }
}

for(i=0;i<nn;i++)
    z[i]=y[i];
//nn/=2;
//DWT(nn);
return;
}

void rear(int n)
{int i;
double *temp;
temp=farcalloc(n,sizeof(double));
if(temp==NULL) {
    printf("Eroare la alocarea memoriei\n");
    exit(1);
}
for(i=0;i<n;i++)
    *(temp+i)=z[i];
for(i=0;i<n;i++){
    if((i+1)%2) z[i]=*(temp+i/2);
    else      z[i]=*(temp+(n+i)/2);
}
farfree(temp);
}

void iDWT(int n)
{
int nn,i,k;
double yt=0;

```

```

nn=n;
//if(ni>n) return;
rear(ni);
for(i=0;i<ni;i++){ yt=0;
  if((i+1)%2) {
    for(k=0;k<2*N;k++)
      yt+=z[(k+i+ni-2*(N-1))%ni]*cid[k];
    y[i]=yt;
  }
  else {
    for(k=0;k<2*N;k++)
      yt+=z[(k+i+ni-1-2*(N-1))%ni]*cii[k];
    y[i]=yt;
  }
}

for(i=0;i<ni;i++)
  z[i]=y[i];

ni*=2;
//iDWT(nn);
return;
}

```

```

void initz(int sens)
{int i;
for(i=0;i<NACT;i++)
  if(sens) z[i]=x[i];
  else z[i]=y[i];
}

```

```

void WT(int sens) //sens=1 pt. sursa x[], 0 pt. y[]
{
int n=NACT,i;
// gprintf("Please be patience ! The DWT is calculating ... ");
  initz(sens);
for(i=n;i>=ni;i/=2) {
  DWT(i); }
}

```

```
// gprintf("The DWT is calculated ! Hit any key to continue ...");
}
```

```
void iWT(void)
{
int n=NACT;
// gprintf("Please be patience ! The iDWT is calculating ...");
  initz(0);
  for(;ni<=n;)
    iDWT(n);
  gprintf("The iDWT is calculated ! Hit any key to continue ...");
}
```

```
void hidecursor(void);
void showcursor(void);
int sf(const void *a,const void *b);
```

```
int sort(void)
{
  qsort((void *)temp,NR,sizeof(double),sf);
  return(0);
}
```

```
int sf(const void *a,const void *b)
{ double *k=(double *)a, *l=(double *)b;
  if((*k-*l)>0) return(1);
  return(-1);
}
```

```
int redcoef(double pc)
{ int i,k=0,signe=1;
double absy;
for(i=ni;i<NACT;i++) {
  absy=fabs(y[i]);
  if(y[i]<0) signe=-1;
```



```

    else  signe=1;
    if((absy-pc)>0)
        y[i]=signe*(absy-pc);
    else { y[i]=0; k++;}
    }
    return(k);
}

```

```

void saveenv(FILE *fp)
{int l; double px=0.0;
for(l=0;l<NACT;l++) px+=x[l]*x[l]/NACT;
fprintf(fp,"N=%d\n",N);
fprintf(fp,"Tipul semnalului\t : %s \n",env.type);
fprintf(fp,"Amplitudine\t\t : %3.3f\n",env.ampl);
fprintf(fp,"Df factor\t\t : %3.3f\n",env.df);
fprintf(fp,"Puterea semnalului este : %3.5f\n",px);
fprintf(fp,"Pragul este\t\t : %3.3f\n",*prag);
return;
}

```

```

int savef(double pc, double tt)
{
//int nc;
FILE *fp;
int i;

if(filef){
    gprintf("Introduceti numele fisierului *.dat : ");
    showcursor();
    scanf("%s",s);
    hidecursor();
    strcat(s,".dat");
    fp=fopen(s,"wt");
    filef=0;
    saveenv(fp);
    fprintf(fp,"Raport S/Zg intrare : %3.7f\n",tt);
}
else fp=fopen(s,"at");
fprintf(fp,"N=%d\n",N);
fprintf(fp,"Pas : %2d \t Prag : %3.3f\n",pas,pc);

```

```

nc=redcoef(pc);
fprintf(fp,"Numarul coef. redusi la zero : %2d\n",nc);
fclose(fp);
return(nc);
}

```

```

double saverez(double px)
{FILE *fp;
int i;
double sum=0.0,tt=0.0;
for(i=0;i<NACT;i++)
    sum+=(temp[i]-y[i])*(temp[i]-y[i])/NACT;
fp=fopen(s,"at");
fprintf(fp,"Eroarea medie patratica este : %3.7f\n",sum);
if(sum>0.001){
    tt=px/sum;
    fprintf(fp,"Raport S/Zg iesire = %4.7f \n",tt);
}
fclose(fp);
return(sum);
}

```

```

void achizs(double dfact,double A)
{int i;
for(i=0;i<NACT;i++)
    x[i]=A*sin(3.141592/256*dfact*i);
return;
}

```

```

void achizc(double dfact,double A,double dincr)
{int i;
for(i=0;i<NACT;i++)
    x[i]=A*sin(3.141592/256*(dfact+dincr*i/64)*i);
return;
}

```

```

void achizd(double dfact,double alpha, double A,int pol)
{
int i;
for(i=0;i<NACT;i++)

```

```

if((i%((int)(NACT/dfact)))<((int)(alpha*NACT/dfact)))
  x[i]=A;
  else if(pol) x[i]=-A;
  else x[i]=0;
return;
}

```

```

double rnd(void)
{
double nr;
nr=rand()/((double)RAND_MAX);
return(nr);
}

```

```

double gauss(void)
{
double v1,v2;
double nr1,nr2,R,X,tp;
v1=-sqrt(3/2.0); v2=-v1;
tp=1.0;
for(;tp>0.0;){
nr1=rnd();
nr2=v1+(v2-v1)*rnd();
R=nr2/sqrt(nr1);
X=R;
tp=log(nr1)+R*R/3.0;
}
return(X);
}

```

```

double addnoise(double A)
{
int i;
double ni,np=0;
for(i=0;i<NACT;i++){
ni=A*gauss(); np+=ni*ni;
x[i]+=ni;
}
np/=NACT;
}

```

```
return(sqrt(np));  
}
```

```
void errorm(void)  
{ cadru_dbl(7,10,50,12,BLACK,BLUE);  
  printf("\tApasati C,D sau S");  
}
```

```
void hidecursor(void)  
{  
  _AH=01;  
  _CH=0x20;  
  geninterrupt(0x10);  
}
```

```
void showcursor(void)  
{  
  _AH=01;  
  _CH=6;  
  _CL=7;  
  geninterrupt(0x10);  
}
```

```
double initxy(void)  
{  
  int i,k,l,pol=0;  
  char c;  
  double ampl=0,alpha=0.5,df=1.0,incr=1.0,prag1=0;  
  int nrline=4;  
  textmode(C80);  
  mainframe();  
  cadru_dbl(6,6,70,10,BLACK,BLUE);  
  printf("Apasati S pentru semnal Sinusoidal");  
  gotoxy(1,2);  
  printf("Apasati D pentru semnal Dreptunghiular");  
  gotoxy(1,3);  
  printf("Apasati C pentru semnal Modulat Chirp ");  
  for(;;((c=getch())!='s')&&(c!='S')&&(c!='d')&&(c!='D')&&(c!='c')&&(c!='C'  
  );)
```

```

        errorm());
if((c=='d')||(c=='D')) nrline+=2;
cadru_dbl(5,5,75,7+nrline,BLACK,BLUE);
gotoxy(1,1);
printf("Introduceti numarul N (2..10) : ");
scanf("%d",&N);
gotoxy(1,2);
printf("Introduceti amplitudinea semnalului : ");
scanf("%lf",&ampl); env.ampl=ampl; amplmax=ampl;
gotoxy(1,3);
printf("Introduceti valoarea factorului df ( >=1 ): ");
scanf("%lf",&df); env.df=df;
gotoxy(1,4); printf("Introduceti dispersia zgomotului : ");
scanf("%lf",&prag1);
if((c=='d')||(c=='D'))
    { gotoxy(1,5);
      printf("Introduceti valoarea factorului alpha ( <1 ): ");
      scanf("%lf",&alpha);
      gotoxy(1,6);
      printf("Specificati polaritatea (0-unipol. 1-bipol): ");
      scanf("%d",&pol); polar=(char)pol;    }
if((c=='c')||(c=='C'))
    { gotoxy(1,5);
      printf("Introduceti valoarea incrementului (0.125<incr<64 ): ");
      scanf("%lf",&incr);    }

cadru_dbl(7,7,70,10,BLACK,BLUE);
hidecursor();
gotoxy(1,1); printf("Valoarea lui N este %d",N);
gotoxy(1,2); printf("Amplitudinea semnalului este de %f",ampl);
switch(c){
  case 'd' :
  case 'D' : achizd(df,alpha,ampl,pol); strcpy(env.type,"Dreptunghiular");
             env.alpha=alpha; env.pol=pol;
             break;
  case 's' :
  case 'S' : achizs(df,ampl); strcpy(env.type,"Sinusoidal");
             break;
  case 'c' :
  case 'C' : achizc(df,ampl,incr); strcpy(env.type,"Chirp");
}

```

```

        env.incr=incr;
        break;
    default : errorm();
    }
showcursor();
return(prag1);
}

```

```

void afismax(int n)
{
int i;
double max=0;
for(i=n;i>n/2;i--)
if(max<fabs(y[i-1])) max=fabs(y[i-1]);
printf("Valoarea maxima pe scara %2d este %3.5f\n",NACT/n,max);
if(n/2>=ni) afismax(n/2);
else return;
}

```

```

int savey(void)
{
FILE *fp;
int i;

```

```

    gprintf("Introduceti numele fisierului rezultat *.dat : ");
    showcursor();
    scanf("%s",s);
    hidecursor();
    strcat(s,".dat");
    fp=fopen(s,"wt");
    for(i=0;i<NACT;i++)
        fprintf(fp,"%f\n",y[i]);
fclose(fp);
return(1);
}

```

```

void main(void)
{

```

```

int i,k,l,j,maxc=0,contor;
int redc[10];
char buf[50];
double pc=1.0,px=0.0,pe=0.0,py=0,tt=1.0,tt1,old=0.0;
pc=initxy();
for(l=0;l<NACT;l++) {px+=x[l]*x[l]/NACT; temp[l]=x[l];}
sprintf(buf,"puterea semnalului este : %3.5f",px);
pe=addnoise(pc);
hidecursor();
cadru_dbl(1,14,60,24,BLACK,BLUE);
window(2,15,59,22);
gprintf(buf);
sprintf(buf,"puterea zgomotului este : %3.5f",pe*pe);
gprintf(buf);

*prag=pe*0.8;

tt=px/(pe*pe);
sprintf(buf,"Raport S/Zg intrare %4.7f ",tt);
gprintf(buf);

for(contor=0;contor<10&&(old<tt);contor++){
    pas=contor+1;
    initni(); initc();
    if(contor)
        WT(0);
    else WT(1);
    // *prag=pe*sqrt(2*log(NACT)/(NACT*log(2)));

        savef(*prag,tt);
        iWT();
        tt1=saverez(px);

/*
for(k=0;k<NACT;k++){
    sprintf(buf," x[%3d]=%3.5f \t y[%3d]=%3.5f ",k,x[k],k,y[k]);
    gprintf(buf);
}
*/
if(tt1>0.001){

```

```

    old=tt;
    tt=px/tt1;
    sprintf(buf,"Pas = %2d\t Raport S/Zg out = %4.7f  ",pas,tt);
    gprintf(buf);}
else gprintf("Putere zgomot iesire ne semnificativ");
*prag=*prag*0.8; // prag functie de disp. zg.
getch();
} // end of for loop
savey();

```

```

showcursor();
gprintf("Apasati o tasta");
getch();

```

```

initmodegr();
cleardevice();
graph(55,115,0); //se afiseaza x[]
graph(55,355,1); //se afiseaza y[]
getch();
closegraph();
}

```

```

///graphics functions
void initmodegr(void)
{
int gd,gm,errc;
gd=VGA; gm=VGAHI;
//detectgraph(&gd,&gm);
//initgraph(&gd,&gm,"c:\\bc20\\bgi");
initgraph(&gd,&gm,"");
errc=graphresult();
if(errc!=grOk){
gprintf("Erroare la initializarea modului grafic !!");
gprintf("Apasa o tasta");
getch();
window(1,1,80,25);
clrscr();
exit(1);
}
}

```



```
}
```

```
void coordsys(int xo,int yo)
{ char s[40];
  int i;
  setlinestyle(SOLID_LINE,0xFFFF,THICK_WIDTH);
  line(xo-20,yo,xo+550,yo);
  line(xo,yo-90,xo,yo+90);
  setlinestyle(DASHED_LINE,0xFFFF,NORM_WIDTH);
  line(xo,yo-70,xo+530,yo-70);
  line(xo,yo+70,xo+530,yo+70);
  setlinestyle(SOLID_LINE,0xFFFF,NORM_WIDTH);
  moveto(xo+7,yo-95);
  itoa(amplmax,s,10);
  outtext(s);
  moveto(xo+7,yo+72);
  outtext("-"); outtext(s);
  for(i=0;i<=500;i+=100)
    {line(xo+i,yo-3,xo+i,yo+3);
     moveto(xo+i-10,yo-25); itoa(i,s,10); outtext(s);
    }
  moveto(xo+540,yo-25); outtext("n");
}
```

```
void graph(int xo,int yo, int tabl)
{
  char s[50];
  int i;
  int left,top,right,bottom;

  setcolor(WHITE);
  setbkcolor(BLACK);
  left=5;right=635;
  if(tabl) { top=245; bottom=465;}
  else { top=5; bottom=225;}
  setlinestyle(SOLID_LINE,0xFFFF,THICK_WIDTH);
  moveto(left,top); lineto(right,top); lineto(right,bottom); lineto(left,bottom);
  lineto(left,top);
  setlinestyle(SOLID_LINE,0xFFFF,NORM_WIDTH);
  setttextstyle(SMALL_FONT,HORIZ_DIR,2);
```

```

setusercharsize(3,2,2,1);
coordsys(xo,yo);
moveto(xo,yo);
setlinestyle(SOLID_LINE,0xFFFF,THICK_WIDTH);

for(i=0;i<512;i++)
if(tabl) lineto((int)(xo+i),(int)(yo-(int)(70*y[i]/amplmax)));
  else lineto((int)(xo+i),(int)(yo-(int)(70*x[i]/amplmax)));
if(!tabl) {
    moveto(xo+150,yo+75); outtext("The input sequence");
    }
else {
    sprintf(s,"The output sequence");
    moveto(xo+150,yo+80); outtext(s);
    }
}

```

Programul inclus in sursa precedentă, ‘frame.c’, este:

```

#include<stdio.h>
#include<alloc.h>
#include<dos.h>
#include"cadrdbl.c"

void mainframe(void)
{int i;
window(1,1,80,25);
textbackground(GREEN);
textcolor(BLACK);
clrscr();
for(i=0;i<3680;i+=2)
    pokeb(0xB800,(i+160),178);
}
iar "cadrdbl.c" este:

```

```

#include<stdlib.h>
#include<conio.h>

```

```

cadru_dbl (int xlt,int ylt,int xrb,int yrb,int backc,int borde)
{ int i;

```

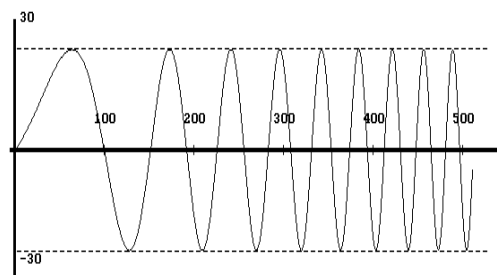
```

window(1,1,80,25);
textbackground(bordc);
textcolor(BLACK);
gotoxy(xlt,ylt);
putch(201);
for(i=0;i<(xrb-xlt);i++)
    putch(205);
putch(187);
for(i=0;i<(yrb-ylt);i++){
gotoxy(xlt,ylt+1+i);
putch(186);
gotoxy(xrb+1,ylt+1+i);
putch(186); putch(219);    }
gotoxy(xlt,yrb);
putch(200);
for(i=0;i<(xrb-xlt);i++)
    putch(205);
putch(188); putch(219);
gotoxy(xlt+1,yrb+1);
for(i=0;i<(xrb-xlt+2);i++)
    putch(219);
window(xlt+1,ylt+1,xrb,yrb-1);
textbackground(backc);
textcolor(WHITE);
clrscr();
gotoxy(1,1);
return;
}

```

În continuare se va prezenta fiecare dintre aceste funcții.

1. Semnalele utile care pot fi generate cu programele care constituie subiectul acestui capitol sunt prezentate în figurile 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 și 5.5.



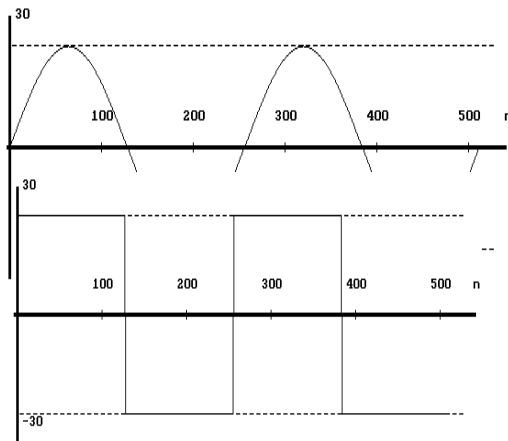


Figura 5.1. Semnal sinusoidal.
Figura 5.2. Semnal modulat în frecvență.

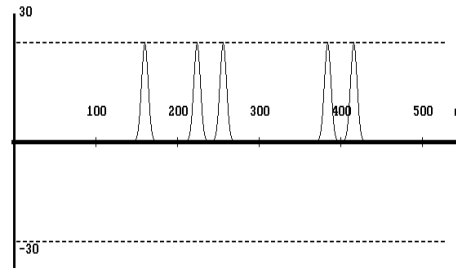


Figura 5.3. Tren de impulsuri dreptunghiulare.
gaussiene.

Figura 5.4. Tren de impulsuri gaussiene.

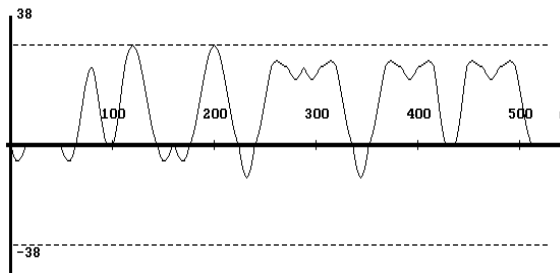


Figura 5.5. Tren de impulsuri de tip sinus cardinal.

Parametrii tuturor acestor semnale pot fi modificați prin program conform tabelului 1.

Tipul semnalului	Parametrii care pot fi modificați
sinusoidal	amplitudine, frecvență
modulat în frecvență	amplitudine, frecvență purtătoare, frecvență modulatorie. Modulația de frecvență este liniară.
Dreptunghiular	amplitudine, frecvență, factor de umplere, polaritate
gaussian	poziție, amplitudine, formă
sinus cardinal	poziție, amplitudine, formă

Tabelul 1. Parametrii semnalelor utile care pot fi modificați folosind programul de generare propus.

Fiecare dintre aceste semnale este caracteristic pentru o anumită aplicație din domeniul telecomunicațiilor. De exemplu semnalul sinusoidal poate fi asociat cu modulația de fază, semnalul modulat în frecvență apare frecvent în radiolocație, semnalul de tip tren de impulsuri dreptunghiulare apare în comunicațiile de date în banda de bază, semnalul de tip tren de impulsuri gaussiene apare în comunicațiile de date fără interferență intersimbol iar semnalul de tip tren de impulsuri de tip sinus cardinal apare în comunicațiile de date cu interferență intersimbol. Se poate afirma de asemenea că fiecare din semnalele din tabelul 1 descrie câte o clasă de semnale destul de largă. Aceste clase se diferențiază între ele prin regularitatea elementelor lor, prin numărul lor de parametri, etc.

2. Câte o realizare a semnalelor aleatoare care pot fi generate cu ajutorul acestui program este prezentată în figurile 5.6, 5.7, 5.8 și 5.9.

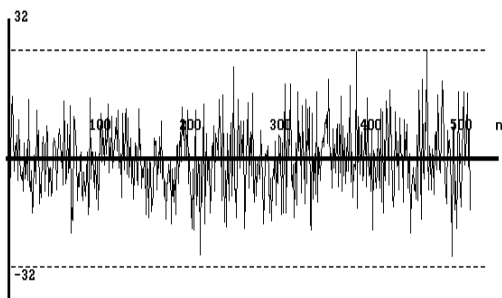


Figura 5.6. Semnal aleator de tip zgomot alb gaussian.

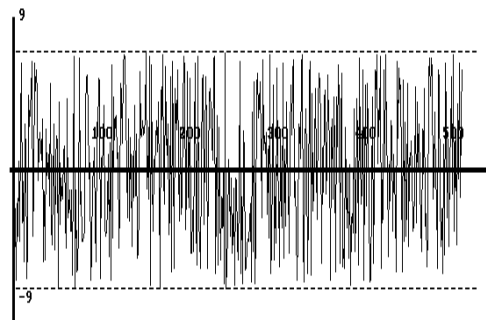


Figura 5.7. Semnal aleator de tip uniform.

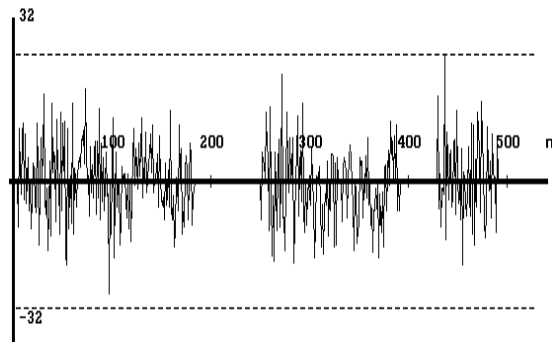
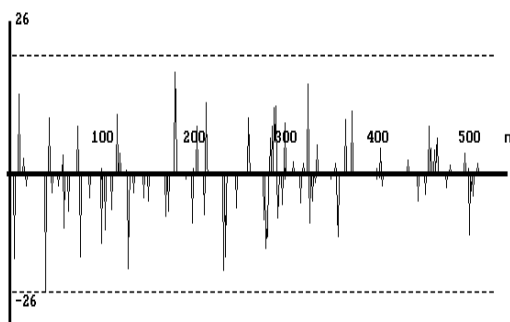


Figura 5.8. Semnal aleator de tip impuls.

Figura 5.9. Semnal aleator de tip salve de impulsuri.

Parametrii tuturor acestor semnale pot fi modificați prin program conform tabelului 2.

Tipul semnalului	Parametrii care pot fi modificați
Zgomot alb	Dispersia. Valoarea medie este nulă.
Zgomot uniform	Dispersia
Tren de impulsuri	Dispersia. Numărul de impulsuri.
Salve de impulsuri	Dispersia. Numărul de salve. Lungimea unei salve.

Tabelul 2. Parametrii semnalelor aleatoare perturbatoare care pot fi modificați folosind programul de generare propus.

Aceste semnale aleatoare modelează majoritatea tipurilor de zgomot care pot apărea într-un canal de telecomunicații. Modelul de tip zgomot alb este cel mai des utilizat. Prezența zgomotului alb este inerentă funcționării oricărui dispozitiv electronic. Zgomotele de tip tren de impulsuri respectiv salve de impulsuri apar de asemenea frecvent în practică [Tsi.,Nik.'97]. Este vorba mai ales de situațiile în care semnalul util este perturbat încă de la sursă (de exemplu o convorbire telefonică este perturbată de zgomotul de fond datorat trecerii unui camion prin vecinătatea cabinei telefonice).

3. În figurile 5.10, 5.11, 5.12 și 5.13 sunt prezentate exemple de perturbare aditivă a semnalelor utile din figurile 5.1, 5.2, 5.3 și 5.4 cu semnalele perturbatoare din figurile 5.6, 5.7, 5.8 și 5.9.

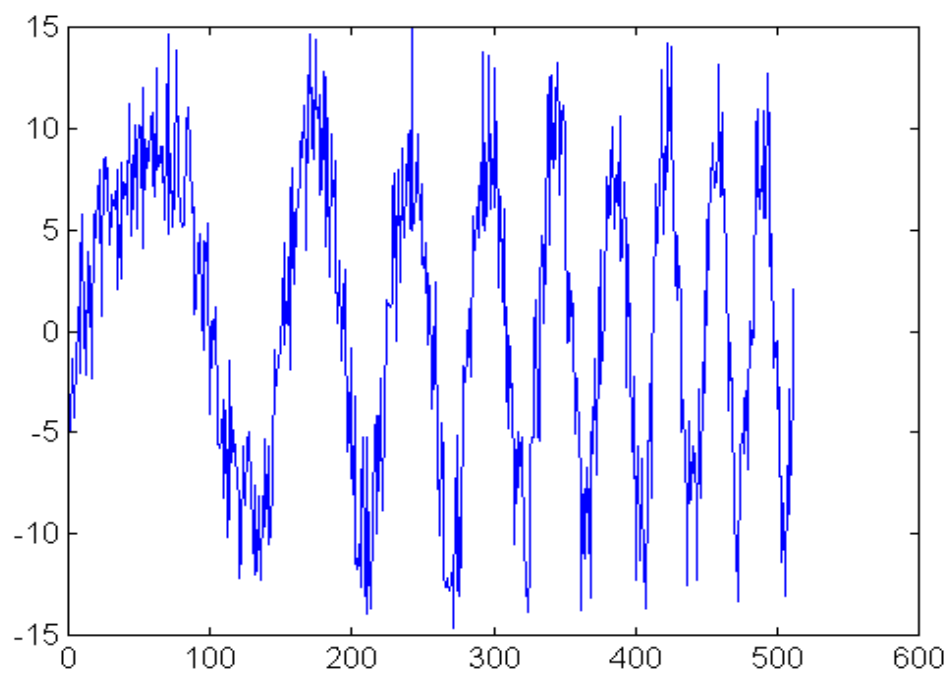
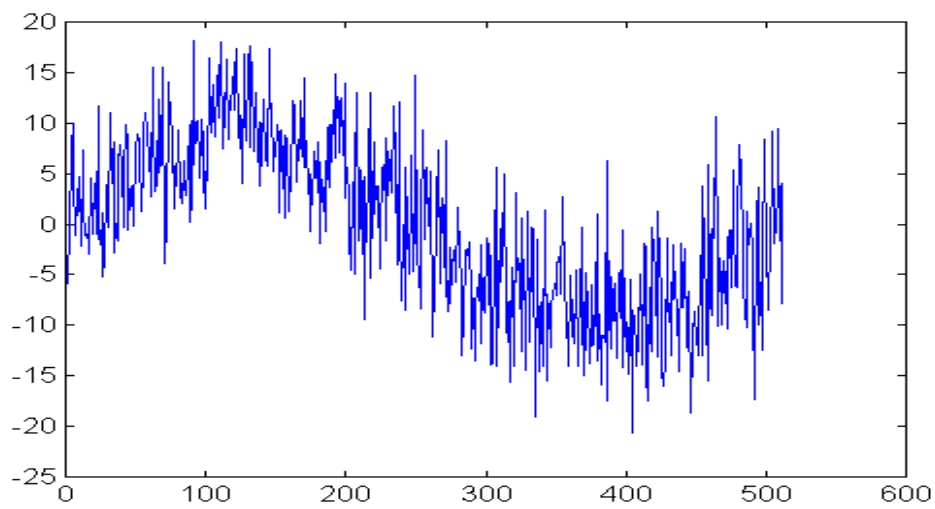


Figura 5.10. Semnal sinusoidal perturbat aditiv de zgomot alb.

Figura 5.11. Semnal modulată în frecvență perturbat aditiv cu zgomot uniform.

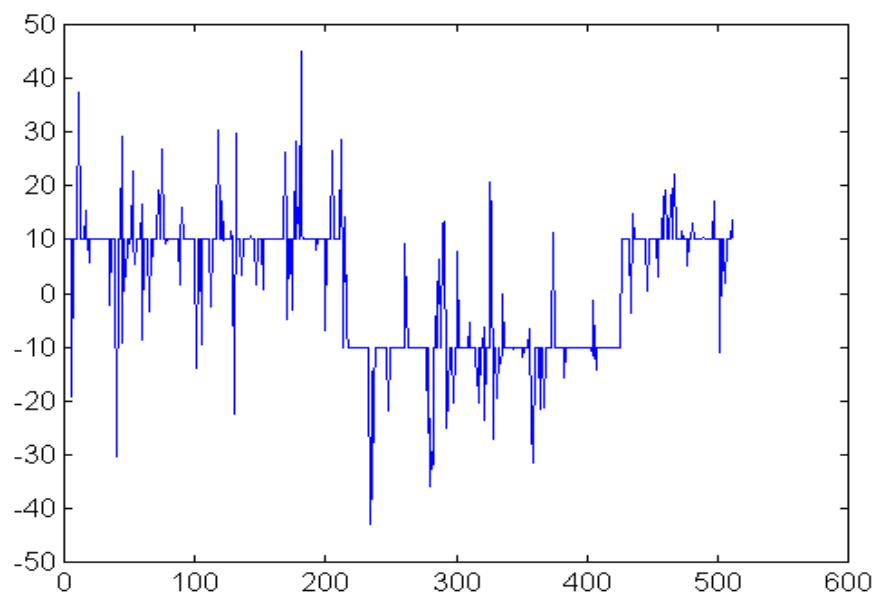


Figura 5.12. Tren de impulsuri dreptunghiulare perturbat aditiv cu zgomot de tip tren de impulsuri.

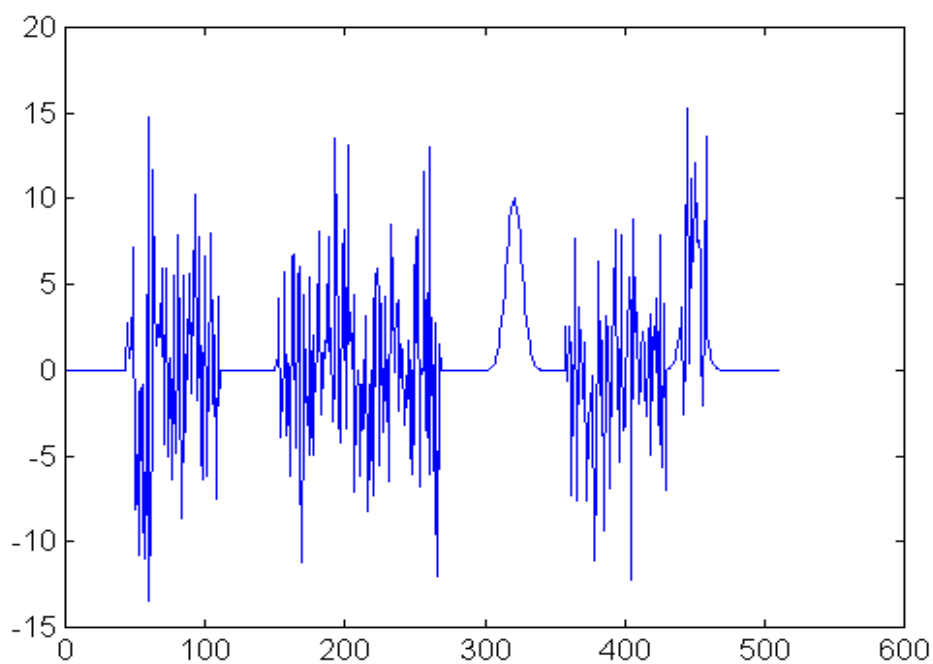


Figura 5.13. Tren de impulsuri gaussiene perturbat aditiv de zgomot în salve de impulsuri.

4. În figurile 5.14, 5.15, 5.16 și 5.17 se prezintă rezultatele aplicării metodei adaptive de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot, propusă în această lucrare, pentru semnalele din figurile 5.10, 5.11, 5.12 și 5.13.

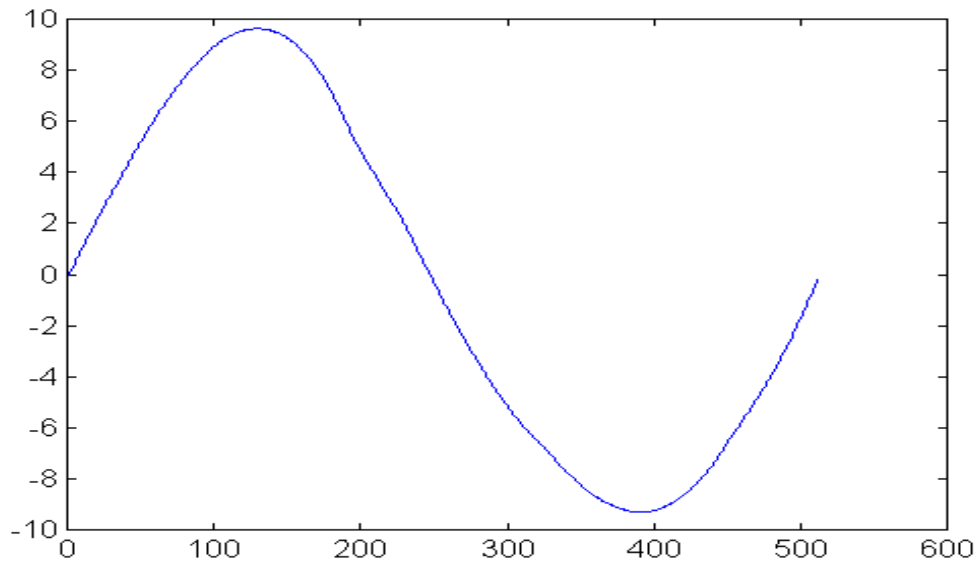


Figura 5.14. Rezultatul aplicării metodei asupra semnalului din figura 5.10.

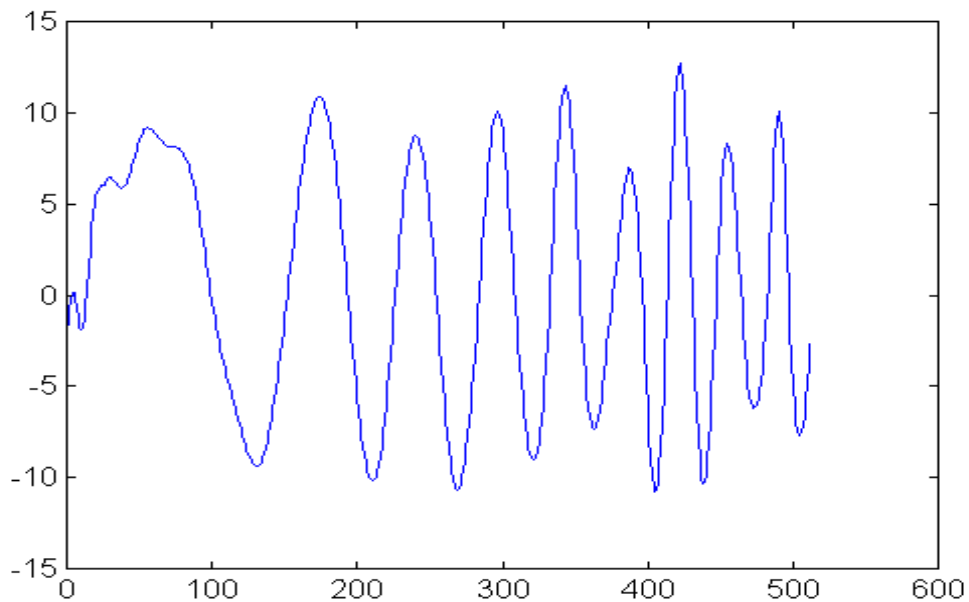


Figura 5.15. Rezultatul aplicării metodei adaptive de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot semnalului din figura 5.11.

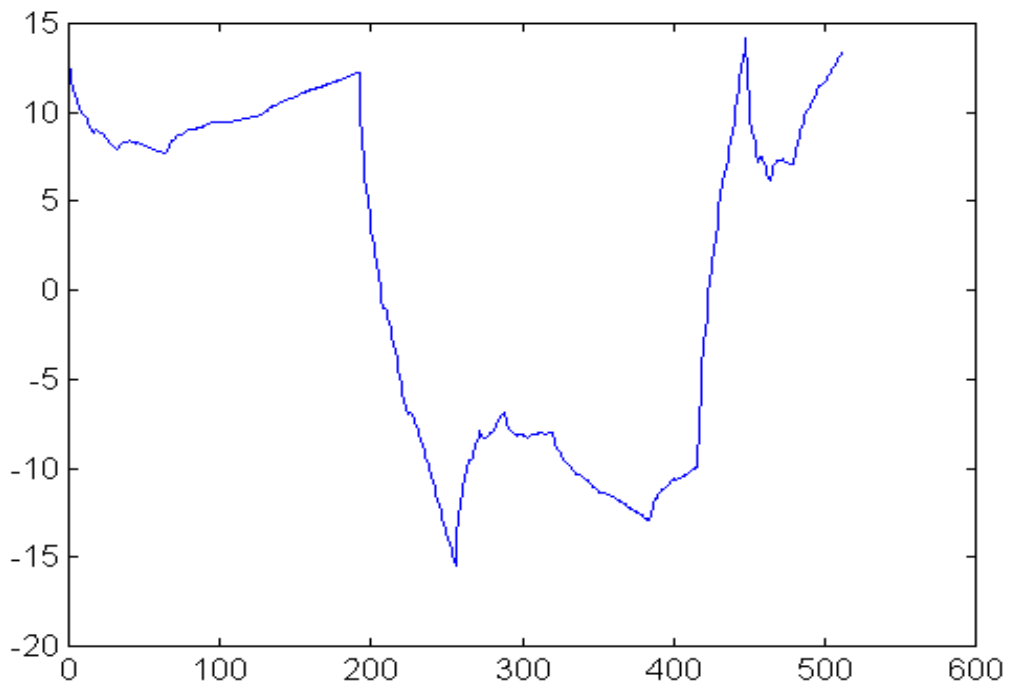


Figura 5.16. Semnalul obținut în urma aplicării metodei adaptive de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot semnalului din figura 5.12.

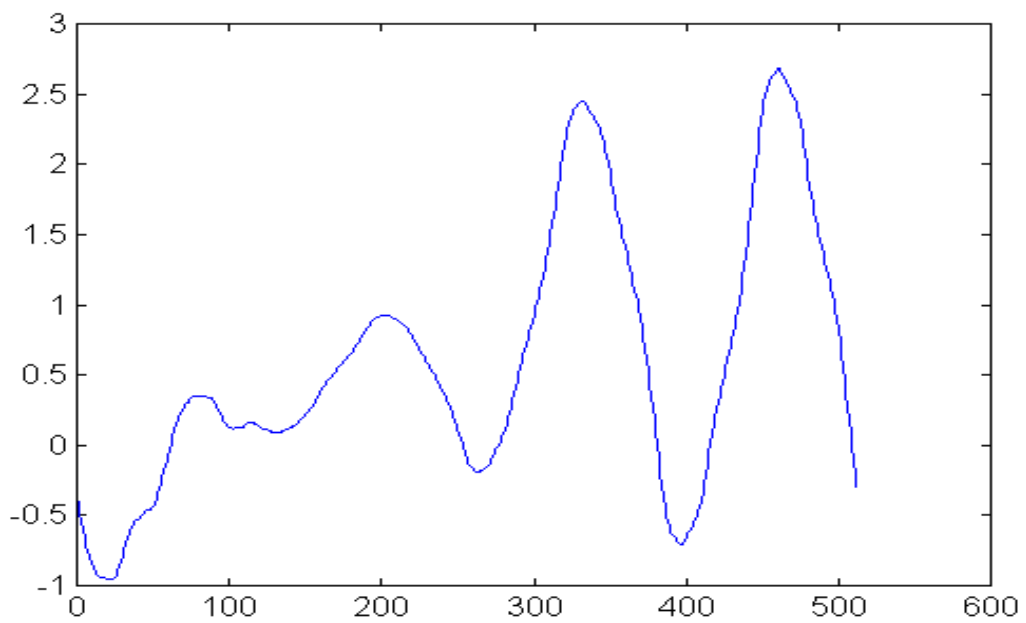


Figura 5.17. Semnalul obținut în urma aplicării metodei adaptive de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot semnalului din figura 5.13.

Analizând ultimele patru figuri se constată că deși semnalele de prelucrat (prezentate în figurile 5.10, 5.11, 5.12, 5.13) aveau rapoarte semnal pe zgomot destul de mici (în special semnalele din figurile 5.12 și 5.13) totuși zgomotul a fost complet eliminat. De aceea metoda de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot bazată pe transformarea undișoară discretă directă, filtrare cu filtru de tipul “soft-thresholding” și transformare undișoară discretă inversă este întâlnită în literatura sub denumirea “de-noising”.

Pe baza figurii 5.14 se poate afirma că semnalul sinusoidal a fost recuperat din zgomot aproape perfect.

Analizând figura 5.15 se constată că și semnalul modulat în frecvență a fost bine curățat de zgomot dar că metoda folosită a introdus o distorsiune de tipul modulație parazită de amplitudine. Totuși trebuie remarcat că poziția trecerilor prin zero ale semnalului util nu a fost afectată aproape de loc de prelucrarea efectuată.

Pe baza figurii 5.16 se poate afirma că metoda de “de-noising” utilizată nu afectează prea mult fronturile semnalului dreptunghiular. Această comportare este remarcabilă pentru o metodă de creștere a raportului semnal pe zgomot care dă rezultate bune și în cazul semnalelor netede (cum este de exemplu semnalul sinusoidal prezentat anterior). Se poate remarca și în acest caz distorsiunea de amplitudine de tipul modulație de amplitudine parazită care afectează palierele semnalului dreptunghiular. Această modulație parazită de amplitudine poate fi mult diminuată dacă se folosește o transformare undișoară discretă directă invariantă la translații [Coi.,Don.’95].

Analizând figura 5.17 se constată că metoda propusă funcționează și în cazul unor semnale perturbate intens de zgomot. Deși (așa cum se vede în figura 5.13) cel de-al doilea impuls gaussian este practic complet acoperit de zgomot totuși acesta este corect recuperat. De asemenea trebuie remarcată distorsiunea a nivelului de zero care se manifestă în partea din stânga a figurii 5.17.

Pentru o apreciere obiectivă a distorsiunilor de amplitudine introduse de metoda adaptivă de “de-noising” care constituie subiectul central al acestei lucrări se prezintă în continuare în figurile 5.18, 5.19 și 5.20 erorile de reconstrucție (diferențele de amplitudine dintre semnalele utile din structura semnalelor de la intrare și semnalele obținute la ieșire) corespunzătoare simulărilor cu rezultatele din figurile 5.14, 5.15 și 5.16. Se constată valabilitatea concluziilor prezentate mai sus.

Pentru semnalul de intrare din figura 5.10, având semnalul reconstituit din figura 5.14, se constată că valoarea maximă a distorsiunii apare la trecerea prin zero a semnalului sinusoidal și că ea reprezintă 15% din amplitudinea semnalului util de la intrare (figura 5.18).

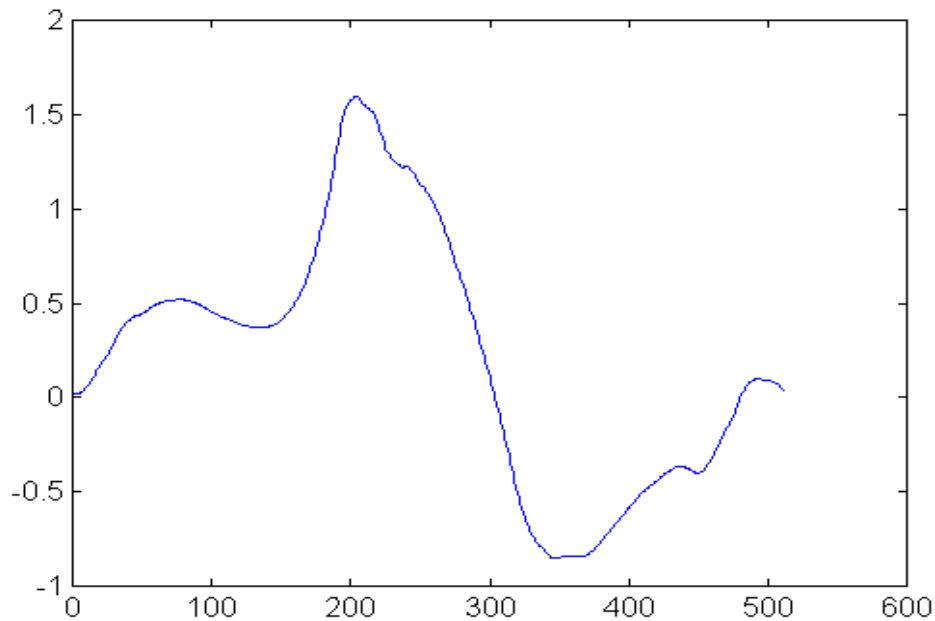


Figura 5.18. Distorsiunea de amplitudine a semnalului sinusoidal în urma extragerii sale din zgomot alb.

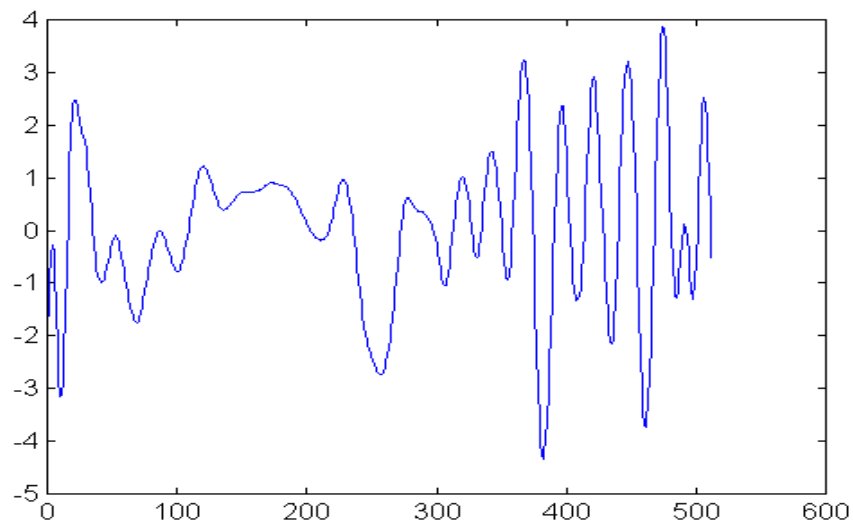


Figura 5.19. Distorsiunea de amplitudine a semnalului modulat în frecvență în urma extragerii sale din zgomot uniform.

Pentru eroarea de amplitudine prezentată în figura 5.19, deși valoarea maximă a distorsiunii reprezintă 40% din amplitudinea semnalului util de la intrare totuși și în acest caz îmbunătățirea raportului semnal pe zgomot este acceptabilă.

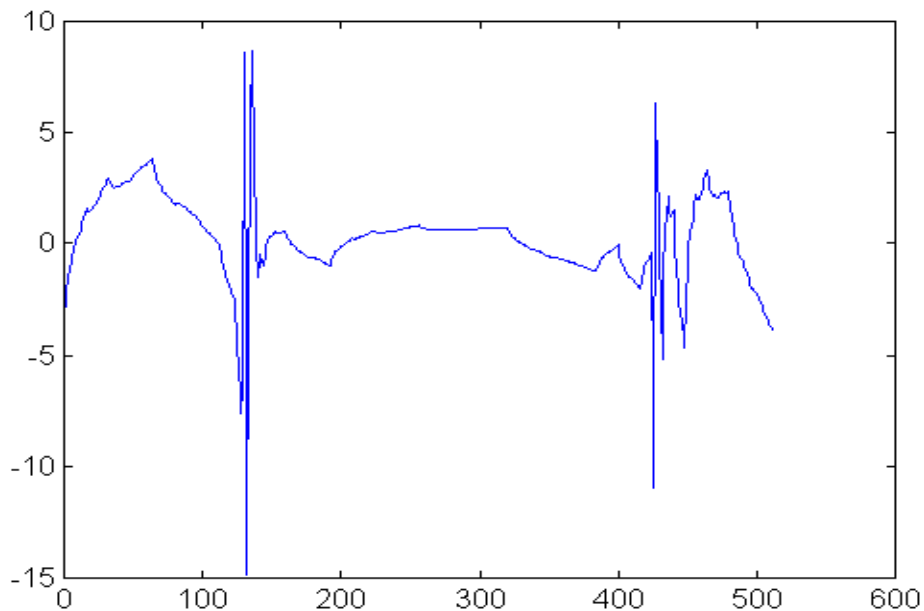


Figura 5.20. Distorsiunea de amplitudine a semnalului dreptunghiular în urma extragerii sale din zgomot în impulsuri.

Pe baza graficului din figura 5.20 se constată prezența distorsiunii de tipul modulație parazită de amplitudine pe palierele semnalului dreptunghiular. De asemenea se remarcă buna localizare a fronturilor semnalului prelucrat în structura semnalului rezultat.

5. Au fost concepute câteva programe pentru a se putea aprecia măsura în care diferiți parametri ai semnalelor utile de la intrare au fost afectați de metoda de îmbunătățire a raportului semnal pe zgomot propusă.

Chiar dacă la semnalele reconstituite sunt prezente erori (inerente la orice reconstrucție), în unele aplicații nu este necesară cunoașterea cu precizie a nivelului semnalului. Considerăm că metoda este eficace pentru :

- interpretarea corectă a nivelurilor logice pentru semnalele întâlnite în transmisii de date,

- determinarea trecerilor prin zero ale semnalului util de tip sinusoidal sau modulat în frecvență.

Astfel s-a avut în vedere faptul că la o transmisie numerică va conta interpretarea corectă a biților de informație utilă. Simulând un transfer de date numerice, avem de fapt o succesiune de niveluri de tensiune corespunzătoare nivelurilor logice. O alternanță de 0 logic și 1 logic este prezentată în figura 5.21. Perturbațiile care pot apare pe un canal de comunicație sunt de obicei de tip aditiv, semnalul nedorit putând fi de tip zgomot alb (figura 5.6), semnal aleator cu distribuție uniformă (figura 5.7), semnal aleator de tip impuls (figura 5.8) sau chiar semnal aleator de tip salve de impulsuri (figura 5.9) [Tsi.,Nik.'98]

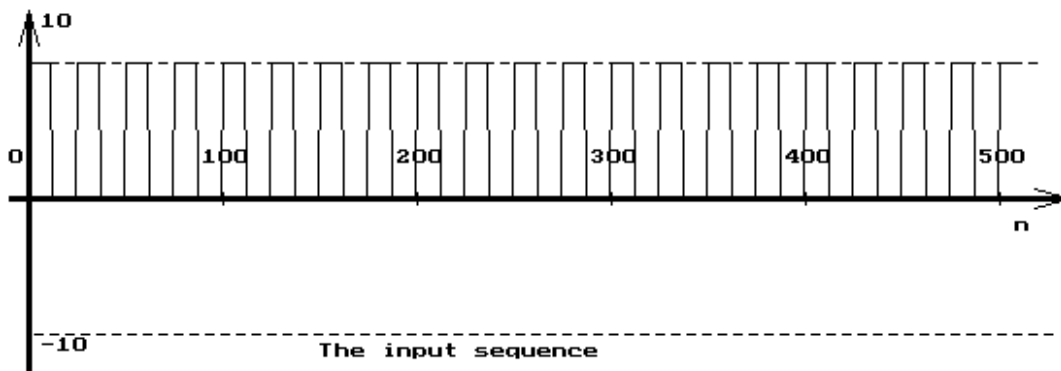
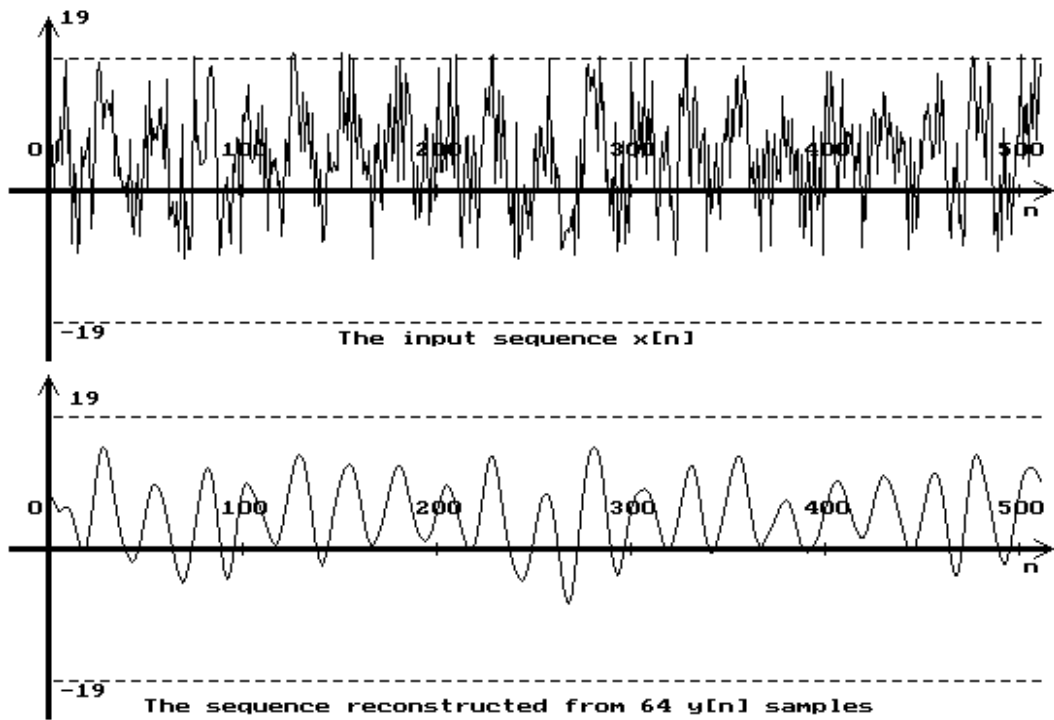
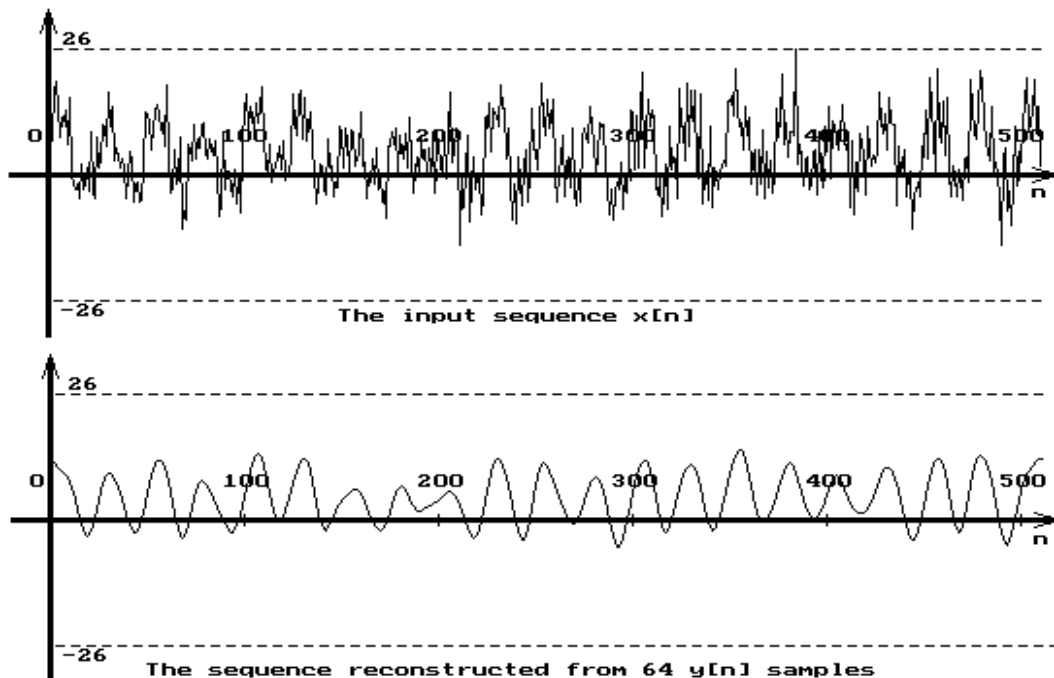


Figura 5.21. Semnalul util folosit în simulare.

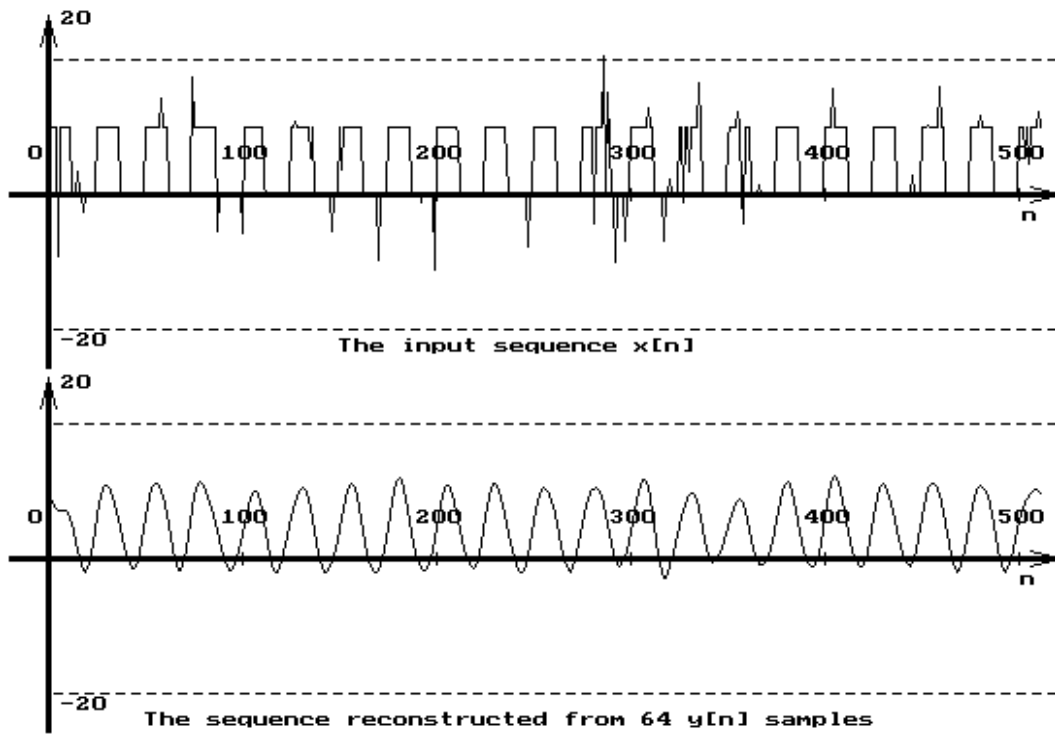
Aceste perturbații, dacă nu sunt înlăturate sau cel puțin diminuate, pot da naștere la interpretări eronate ale nivelurilor logice care poartă informația utilă. Metoda propusă este eficientă pentru diminuarea considerabilă a perturbațiilor de orice tip. Exemple cu realizări ale semnalelor aleatoare perturbatoare suprapuse aditiv peste semnalul util precum și semnalele rezultate în urma prelucrării sunt prezentate în figura 5.22, semnalul util rămânând cel din figura 5.21.



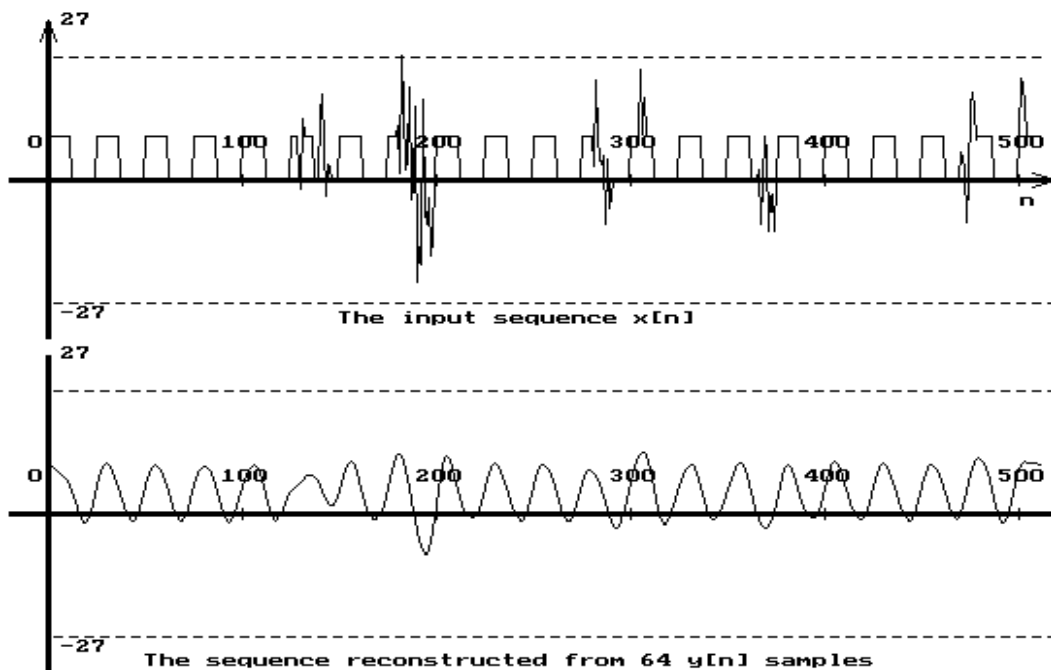
a). Semnal util cu zgomot cu distribuție normală cu un $RSZ_i = 2$ și semnalul reconstituit.



b). Semnal util cu zgomot alb (distribuție gaussiană) cu un $RSZ_i = 2$ și semnalul reconstituit.



c). Semnal util cu zgomot în impuls și semnalul reconstituit.



d). Semnal util cu zgomot în salve de impulsuri și semnalul reconstituit.

Figura 5.22. a). - d). Diferite perturbații cu semnale aleatoare ale semnalului util prezentat în figura 5.21 precum și semnalele rezultate în urma prelucrării.

Pentru o transmisie de date interpretarea nivelurilor de tensiune, la recepție, se face eșantionând linia de date. În practică semnalul recepționat se eșantionează în funcție de poziția bitului de start, fiind permisă o abatere de $\pm 20\%$ față de această poziție.

În continuare se analizează efectul utilizării metodei de “de-noising” la transmisia de date. Se presupune că sistemul de “de-noising” este conectat la intrarea blocului de decizie din structura receptorului.

Am realizat un program scris în limbaj C care determină punctele de eșantionare astfel :

- se determină mijlocul primei semiperioade a semnalului util,
- se determină perioada semnalului util,
- pornind de la punctul corespunzător mijlocului semiperioadei semnalului util, cu o frecvență rezultată din valoarea perioadei semnalului util, se determina punctele de eșantionare,
- în punctele astfel determinate se verifică valoarea semnalului reconstituit,
- se compară aceste valori ale semnalului reconstituit cu valorile pe care le are semnalul util în punctele respective,
- se stabilește un prag de decizie, pentru 0 logic și unul pentru 1 logic,
- dacă valoarea semnalului reconstituit, într-un punct de eșantionare, este incorectă, se înregistrează într-un fișier de tip text atât valoarea eronată cât și cumularea erorilor rezultate pentru 1.000.000 de verificări. S-au generat 25.000 de realizări independente suprapuse aditiv peste același semnal util prezentat în figura 5.21, pe fiecare realizare făcându-se 40 de determinări.

Observând realizările prezentate în figura 5.22, a), b), c) și d) se poate observa că metoda propusă înlătură perturbațiile, rezultatul fiind un semnal determinist. Acesta este o reconstrucție a semnalului util, la care însă fronturile au fost afectate. Pentru interpretarea nivelurilor logice nu sunt însă probleme. Considerând ca scop interpretarea corectă a lui 0 logic și 1 logic, se observă că erorile cele mai frecvente care pot apare datorită modulației parazite în amplitudine sunt în cazul perturbațiilor de tip zgomot alb (figura 5.22 b)). Din acest motiv verificările care s-au făcut au fost pentru acest tip de perturbație.

Parametrul care a fost luat în considerare a fost RSZ. Astfel s-au obținut rezultate experimentale care pun în evidență erorile pentru 1.000.000 de verificări, generând semnale de intrare cu $RSZ = 2$, $RSZ=3$ și $RSZ= 4$. Erorile care au rezultat sunt înregistrate în fișiere, concluziile fiind următoarele :

- la $RSZ_i = 2$ avem 379 erori/1.000.000 verificări, adică o valoare a ratei erorilor sub $4 \cdot 10^{-3}$;

- la $RSZ_i = 3$ avem 43 erori/1.000.000 verificări, adică o valoare a ratei erorilor sub $5 \cdot 10^{-4}$;

- la $RSZ_i = 4$ avem 3 erori/1.000.000 verificări, adică o valoare a ratei erorilor de $3 \cdot 10^{-5}$.

La aplicarea metodei pentru un $RSZ_i = 5$, după 1.000.000 verificări, nu s-a mai înregistrat nici o eroare.

Comparația cu erorile determinate în [Lin.,Sim.'73], pentru diverse metode clasice de transmitere a datelor, este prezentată în tabelul 3:

RSZ	Eroare maximă, prezentată în literatură	Eroarea metodei propuse
RSZ =2	$2,2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-3}$
RSZ =3	$7 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-4}$
RSZ =4	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-5}$

Tabelul 3. Comparație între erorile obținute prin aplicarea metodei propuse cu cele prezentate în literatură.

În cazul în care nu s-ar prelucra semnalul perturbat, pentru un $RSZ = 2$, rezultă o medie a ratei erorilor având valoarea de $25 \cdot 10^{-1}$.

BIBLIOGRAFIE

- [Abr.,Fla.'94] P. Abry, P. Flandrin. On the Initialization of the Discrete Wavelet Transform Algorithms. *IEEE Signal Processing Letters*, vol.1, No.2, pp32-34, February 1994.
- [Aka., Had.'92] A. N. Akansu, R. A. Hadad. Multiresolution Signal Decomposition. *Academic Press*, New York, 1992.
- [Ama., Vuz.'94] U. Amato, D. Vuza. Wavelet Regularization for Smoothing Data, Preprint *Instituto per Applicazioni della Matematica CNR* 1994.
- [Ama., Vuz.'97] U. Amato, D. Vuza. Besov Regularization, Thresholding and Wavelets for Smoothing Data, Preprint *Instituto per Applicazioni della Matematica CNR*, 1997.
- [Ama., Vuz.'97(1)] U. Amato, D. Vuza. An Alternate Proof of a Result of Johnstone and Silverman Concerning Wavelet Threshold Estimators for Data with Correlated Noise, Preprint *Instituto per Applicazioni della Matematica CNR*, 1997.
- [Ama., Vuz.'97 (2)] U. Amato, D. Vuza. Wavelet Approximation of a Function from Samples Affected by Noise, propusă la *Revista Academiei Române*.
- [Ama., Vuz.'97 (3)] U. Amato, D. Vuza. A Collection of Routines for the Wavelet Transform of Daubechies Type, Preprint *Instituto per Applicazioni della Matematica CNR*, 1997.
- Ana., Ven.'89] Anastasios, Venetsanopoulos. Current Developments in Signal Processing with Applications to Sonar and Radar. Part II, *University of Toronto*, Toronto 1989.
- [Ant.,Gre., Nas.'95] A. Antoniadis, G. Gregoire, G. Nason. Density and Hazard Rate Estimation for Right Censored Data Using Wavelet Methods, Preprint *laboratoire LMC-IMAG Grenoble*, 1995
- [Asz.'93] T. Asztalos. Using Digital Transversal Filters for Analog Signal Processing. Proceedings of the International Symposium on Signals, Circuits and Systems, SCS'93, Iași, Romania, 1993.
- [Asz., Isa.'94] T. Asztalos, A. Isar. An Adaptive Data Compression Method Based on the Fast Wavelet Transform. *Proceedings of the International Symposium Etc '94*, Timisoara, vol III, pp 37-42, 1994.
- [Asz.'96] T. Asztalos. An Algorithm for the DWT on Block Computation. *Proceedings of the International Symposium Etc '96*, Timișoara, vol II, pp.128-133, Sept. 1996.

- [Asz.'97] T. Asztalos. Tomography Imaging. Radon Transform Inversion Procedures. *Raport de stagi*, Universitatea Paris-Sud, Iulie 1997.
- [Aus.'92] P. Auscher. Wavelets with Boundary Conditions on the Interval. În *Wavelets-A Tutorial in Theory and Applications*. C. K. Chui (editor), pp.217-236, 1992.
- [Bar.'Ols.'96] R. G. Baraniuk, L. Fridtjof Wisur-Olssen. Optimal Phase Kernels for Time-Frequency Analysis. Propusa spre publicare în *IEEE Transactions on Signal Processing*, Ianuarie 1996.
- [Bar., Sod.,Nay.'94] T.P.Barnwell III, I.Sodagar, K.Nayebi "Time-varying filter banks and wavelets", *IEEE Transactions on signal processing*, vol.42, no.11, november 1994.
- [Bas.'Chi., Cho.'95] S. Basu, C. H. Chiang, H. M. Choi. Wavelets and Perfect Reconstruction Subband Coding with Causal Stable IIR Filters. *IEEE Trans. On Circuits and Systems II*, vol. 42, No.1, January 1995.
- [Bel., Wan.'97] E. Belagoy, Y. Wang. "Arbitrarily Smooth Orthogonal Nonseparable Wavelets in R^2 ", *Preprint at Cornell University*, 1997
- [Bel.'90] M. Belanger. Traitement numérique du signal. *Masson* 1990.
- [Ben.,Teo.'93] J. Benedetto, A. Teolis. A Wavelet Auditory Model and Data Compression. În *Applied and Computational Harmonic Analysis*. No.1, pp.3-28, February 1993.
- [Ber., Mac.'90] N. Bershad, O. Macchi. Comparison of LMS and RLS Algorithms for the Prediction of a Drifting Line. *Proceedings of EUSIPCO*, Barcelona, 1990.
- [Blu., Uns.'98] T. Blu, M. Unser. Approximation Error for Quasi-Interpolators and (Multi-) Wavelet Expansions, Preprint *France Telecom*, 1998.
- [Boa.,O'Sh., Arn.'90] B. Boashash, P. O. Shea, M. J. Arnold. Algorithms for Instantaneous Frequency Estimation: A Comparative Study. *Proceedings of SPIE California*, July 1990.
- [Boa.'91] B. Boashash. Time-Frequency Signal Analysis. În *Advances in Spectrum Analysis and Array Processing*. S. Haykin (editor), pp.418-519, *Prentice Hall* 1991.
- [Boa., Rei.'92] B. Boashash, A. Reilly. Algorithms for Time-Frequency Signal Analysis. În *Time Frequency Signal Analysis*. B. Boashash (editor), pp.141-163, *John Wiley* 1992.
- [Boa., O'Sh.'94] B. Boashash, P. O. Shea. Polynomial Wigner-Ville Distributions and Their Relationship to Time-Varying Higher Order Spectra. *IEEE Transactions on Signal Processing*, January 1994.

- [Bol., Hla., Fei.'96] H. Bolcskei, F. Hlawatsch, H.G. Feitinger. Frame-Theoretic Analysis and Design of Oversampled Filter Banks, *Proceedings of ISCAS-96*, Atlanta 1996.
- [Bol., Hla., Fei.'96 (1)] H. Bolcskei, F. Hlawatsch, H.G. Feitinger. Oversampled FIR and IIR DFT Filter Banks and Weyl-Heisenberg Frames, *Proceedings of ISCAS-96*, Atlanta 1996.
- [Bol., Boa.'92] P. J. Boles, B. Boashash. Applications of the Cross-Wigner-Ville Distribution to Seismic Data Processing. In *Time-Frequency Signal Analysis*. B. Boashash (editor), pp.141-163, *John Wiley* 1992.
- [Bor., Isa.'97] M. Borda, D. Isar. Whitening with Wavelets. *Proceedings of "ECCTD. 97" Conference*, Budapest, August 1997.
- [Bor.'96] B. La Borde. New Fast Discrete Wavelet, *Proceedings of TFTS'96*, pp. 41-44, Paris 1996.
- [Bov.,Mar.,Qua.'94] A.C.Bovik, P.Maragos,T.F.Quatieri "AM&FM energy detection and separation in noise using multiband energy operators",*IEEE Transactions on signal processing*, vol.41,no.12,december 1993.
- [Buc.'73] C. M. Bucur, *Metode numerice,Ed. Facla Timișoara* 1973.
- [Buc., Don.'95] J. Buckheit, D. Donoho. Improved Linear Discrimination Using Time-Frequency Dictionaries. *Technical Report, Stanford University*, July 1995.
- [Buc.,Che.,Don.,Joh., Sca.'95] J. Buckheit, S. Chen, D. Donoho, I. M. Johnstone, J. Scargle. About WaveLab. *Preprint, Stanford University*, November 1995.
- [Buc., Don.'95] J. Buckheit, D. Donoho. WaveLab Architecture. *Preprint, Stanford University*, November 1995.
- [Buc., Che., Don.,Joh., Sca.'95]J. Buckheit, S. Chen, D. Donoho, I. M. Johnstone, J. Scargle. WaveLab Reference Manual.*Preprint,Stanford University*, December 1995.
- [Buc., Don.'96] J. B. Buckheit, D. Donoho, Time-Frequency Tillings which Best Expose the Non-Gaussian Behaviour of a Stochastic Process. *Proceedings of the IEEE Conference "TFTS'96"*, pp.1-4, Paris, July 1996.
- [Cal., Dau., Swe., Yeo.'96] A.R.Calderbank, I. Daubechies, W. Sweldens, B.-L. Yeo. Wavelet Transforms that Map Integers to Integers, *Preprint Stanford University*, 1996.
- [Cam.,Mas.'94] S.Cambanis, E.Masry. Wavelet Approximation of Deterministic and Random Signals: Convergence Properties and Rates, *IEEE Transactions on information theory* , vol.40,no.4, july 1994.

- [Cha.'96] F. Chaplais. Algebras and Nonlinear Multiresolution Analysis that are Consistent with the Strang and Fix Conditions. *Proceedings of the IEEE Conference "TFTS'96"*, Paris, July 1996.
- [Che., Don.'94] S. Chen, D. Donoho. Basis Pursuit, preprint *Stanford University*, 1994.
- [Che.,Don., Sau.'95] S. S. Chen, D. L. Donoho, M. A. Saunders. Atomic Decomposition by basis Pursuit. *Technical Report 479, Stanford University*, May 1995.
- [Che., Lin'94] B. S. Chen, C. W. Lin. Multiscale Wiener Filter for the Restoration of Fractal Signals: Wavelets Filter Bank Approach. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, No. 11, pp.2972-2982, November 1994.
- [Chi., Kol., Cul.'96] H. A. Chipman, E.D. Kolaczyk, R.E. Mc Culloch. Signal Denoising Using Adaptive Bayesian Wavelet Shrinkage, *Proceedings of TFTS'96*, pp. 225-228, Paris 1996.
- [Cho., Wil.'89] H. I. Choi, W. J. Williams. Improved Time-Frequency Representation of Multicomponent Signals Using Exponentials Kernels. *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 37, no. 6, pp.862-871, 1989.
- [Chu.'92] C. K. Chui (editor). An Introduction to Wavelets. *Academic Press*, New York 1992.
- [Chu.'92] C. K. Chui (editor). Wavelets. A Tutorial in Theory and Applications. *Academic Press*, New York 1992.
- [Cla., Mec.'85] T.A.C.M. Claasen, W.F.G. Mecklenbrauker. Adaptive Techniques for Signal Processing in Communications. *IEEE Communications Magazine*, vol. 23, no. 11, November 1985.
- [Cod.'94] M.A. Cody. The Wavelet Packet Transform Extending the Wavelet Transform, *Dr. Dobb's Journal*, April 1994.
- [Coh.,Dau.,Fea.'92] A. Cohen, I.Daubechies, J.C.Feauveau, Bi-orthogonal bases of compactly supported wavelets, *Comm. in Pure and Applied Math.*,vol.XLV, pp485-560, 1992.
- [Coh.'92] A. Cohen. Ondelettes et traitement numérique du signal.*Masson*, 1992.
- [Coh., Dau., Fea.'92] A. Cohen, I. Daubechies, J. C. Feauveau. Biorthogonal Bases of Compactly Supported Wavelets, *Communcations on Pure and Applied Mathematics*, vol. XLV, pp.485-560, 1992.
- [Coh.,Dau.'93] A. Cohen, I. Daubechies. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets III. Better Frequency Resolution.*SIAM Journal Math. Anal.*, vol. 24, No.2, pp. 520-527, March 1993.

- [Coh., d'Al.'95] A. Cohen, J. P. d'Ales. Nonlinear Approximation of Stochastic Processes. În Wavelets and Statistics. A. Antoniadis și G. Oppenheim (editori), *Springer Verlag*, pp.129-132, 1995.
- [Coh., Kov.'96] A. Cohen, J. Kovacevic. Wavelets: The Mathematical Background, Proceedings of the IEEE, vol.84, no. 4, April 1996, pp.514-521.
- [Coif., Sai.'96] R. R. Coifman, N. Saito. The Local Karhunen-Loeve Bases. *Proceedings of the IEEE Conference "TFTS' 96"*, pp.129-132, Paris, July 1996.
- [Coif.,Don.'95] R. R. Coifman, D. L. Donoho. Translation Invariant De-Noising. În Wavelets and Statistics. A. Antoniadis și G. Oppenheim (editori), pp.125-150, *Springer Verlag* 1995.
- [Coi.,Wic.'93] R.R.Coifman, M.V.Wickerhauser "Wavelets and adapted waveform analysis" in *Proceedings of symposia in applied mathematics*,SIAM vol. 47, 1993, editor Ingrid Daubechies.
- [Com., Pes.'96] P. L. Combettes. J. C. Pesquet. Convex Multiresolution Analysis. *Proceedings of IEEE Conference "TFTS'96"*, Paris, July 1996.
- [Cou.'84] F. de Coulon. Théorie et traitement des signaux. *Presses polytechniques romandes*.Lausanne 1984.
- [Cou.'95] G. Courbebaisse. Caractérisation d'un système d'injection par analyse temps-fréquence. *Traitement du signal*, vol.12, No.5, pp.509-518, 1995.
- [Cri.'65] R. Cristescu. Analiză funcțională, *Editura Didactică și Pedagogică*, București 1965.
- [Dau.'88] I. Daubechies. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets. *Comm. Pure Appl. Math.*, No. 41, pp.909-996, 1988.
- [Dau.'91] I. Daubechies. The Wavelet Transform: A Method for Time-Frequency Localization, În *Advances in Spectrum Analysis and Array Processing*. S. Haykin (editor), *Prentice-Hall*, New-Jersey 1991.
- [Dau.'92] I. Daubechies. Ten Lectures on Wavelets. *SIAM*, Philadelphia 1992.
- [Dau.'93] I. Daubechies. Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets II. Variations on a Theme. *SIAM J. Math. Anal.*, vol. 24, No. 2, pp. 499-519, March 1993.
- [Dau., Swe.'96] I. Daubechies, W. Sweldens. Factoring Wavelet Transforms into Lifting Steps, Preprint *Stanford University*, 1996.
- [Den.'Jaw.,Pet., Swe.'93] B. Deng, B. Jawerth, G. Peters, W. Swelden. Wavelet Probing for Compression Based Segmentation.*Proceedings of SPIE*, San Diego, July 1993.

- [DeS., Isa.'93] A. De Sabata, A. Isar. Semnale Circuite și Sisteme. *Indrumator de laborator, Litografia UPT*, 1993.
- [De S., Iun., Aub.'94] A. De Sabata, C. Iung, J. F. Aubry. A Variable Scale DWT. *Proceedings of the International Symposium ETc'94*, vol. III, pp.43-48, Timișoara Sept. 1994.
- [Don., Joh.'91] D. Donoho, I. M. Johnstone. Minimax Estimation via Wavelet Shrinkage *Annual Meeting of the Institute of Mathematical Statistics*, Atlanta, Georgia, August 1991.
- [Don.,Joh.'92] D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Ideal Spatial Adaptation via Wavelet Shrinkage. *Technical Report 400, Stanford University*, July 1992.
- [Don., Joh.'92(1)] D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Minimax Estimation via Wavelet Shrinkage. *Technical Report 402, Stanford University*, July 1992.
- [Don.'91] D. Donoho. Nonlinear Solution of Linear Inverse Problems by Wavelet-Vaguellete Decomposition, Preprint *Stanford University*, 1991.
- [Don.'92] D. L. Donoho. De-Noising via Soft Thresholding. *Technical Report 409, Stanford University*, November 1992.
- [Don.'92 (1)] D. Donoho. Interpolating Wavelet Transforms, Preprint *Stanford University*, 1992.
- [Don., Joh.'92] D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Unconditional Bases are Optimal Bases for Data Compression and for Statistical Estimation. *Technical Report 410, Stanford University*, November 1992.
- [Don.'93] D. L. Donoho. Wavelet Shrinkage and W.V.D.-A Ten Minute Tour. *Technical Report 416, Stanford University*, January 1993.
- [Don.'93 (1)] D. L. Donoho. Nonlinear Wavelet Methods for Recovery of Signals, Densities and Spectra from Indirect and Noisy Data, *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*, vol. 47, ed. I. Daubechies, pp.173-205, 1991.
- [Don.'93 (2)] D. Donoho. Smooth Wavelet Decomposition with Blocky Coefficient Kernels, in *Recent Advances in Wavelet Analysis*, L. Schumaker and G. Webb (editors), pp. 1-43, 1993.
- [Don., Joh.'93] D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Adapting the Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage. *Technical Report 425, Stanford University*, June 1993.
- [Don.'93 (3)] D. L. Donoho. Nonlinear Wavelet Methods for Recovering Signals, Images and Densities from Indirect and Noisy Data. *Technical Report 426, Stanford University*, July 1993.
- [Don.'94] D. L. Donoho. On Minimum Entropy Segmentation. *Technical Report 450, Stanford University*, April, 1994.

- [Don., Joh.'94 (1)] D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Ideal De-Noising in an Orthonormal Basis Chosen from a Library of Bases. *Technical Report 461, Stanford University*, September 1994.
- [Don.'95] D. Donoho. CART and Best-Ortho-Basis: A Connection, Preprint *Stanford University*, 1995.
- Duf., Sch.'52] R. J. Duffin, A. C. Schaeffer. A Class of Nonharmonic Fourier Series. *Trans. Amer. Math. Soc.*, No. 72, pp.341-366, 1952.
- [Dum.'96] G. Dumitraş. Aplicaţii ale transformatei "wavelet". Realizarea compresiei imaginilor utilizând transformarea "wavelet". *lucrare de dizertaţie, Departamentul de Comunicaţii, Facultatea de Electronică şi Telecomunicaţii*, Timişoara, Iulie 1996.
- [Duv.'91] P. Duvaut. Traitement du signal-concepts et applications. *Hermes*, Paris 1991.
- [End., Ver.'92] A. W. M. van den Enden, N. A. M. Verhoekx. Traitement numérique du signal. *Masson*, Paris 1992.
- [Eze., Jen.'92] J.E. Ezell, W. K. Jenkins ş.a. Adaptive Analog Signal Processing with Acoustics Charge Transport Filters. Proceedings of the *IEEE International Symposium on Circuits and Systems, San Diego, CA.*, May, 1992.
- [Fea.'92] J. C. Feauveau. Nonorthogonal Multiresolution Analysis using Wavelets. În *Wavelets-A Tutorial in Theory and Applications*. C. K. Chui (editor), *Academic Press*, pp.153-178, 1992.
- [Flan.'93] P. Flandrin. Representation temps-fréquence. *Hermes*, 1993.
- [For.'92] D. Forester. Time-Frequency Analysis in Machine Fault Detection. În *Time-Frequency Signal Analysis*. B. Boashash (editor), pp. 406-423, *J. Willey*, 1992.
- [Fro.'90] J. Froment. Traitement d'images et applications de la transformée en ondelettes. *Teza de doctorat, Universitatea Paris IX*, 1990.
- [Fro.,Par.'94] J. Froment, S. Parrino. MegaWave 2 User's Modules Library. vol. I, vol. III, *Preprint CEREMADE, Univ. Paris Dauphine*, Novemeber 1994.
- [Fro.'95] J. Froment. Introduction a la théorie des ondelettes. *curs de vara*, Timişoara, Iunie 1995.
- [Gag., Lin.'94] L. Gagnon, J. M. Lina, B. Goulard. Application of Complex Daubechies' Wavelets to Numerical Simulation of a Nonlinear Signal Propagation Model. *Preprint of the Labo. de Phys. Nucl. Univ. de Montreal*, 1994.
- [Gao.'97] H. Y. Gao. Wavelets Shrinkage Estimate for Heteroscedatic Regression Models. Preprint *MathSoft*, 1997.

- [Gao.'97 (1)] H.-Y. Gao. Threshold Selection in WaveShrink, Preprint *MathSoft*, 1997.
- [Gao.'97 (2)] H.-Y. Gao. Wavelet Shrinkage Denoising Using the Non-negative Garrote, Preprint *MathSoft*, 1997.
- [Gav., Isa.'94] P. Găvrută, A. Isar. Time-Frequency Representations. A Unitary Presentation. *Proceedings of International Symposium Etc '94*, vol. 3, pp. 25-30, Timișoara Septembrie 1994.
- [Gop., Bur.'92] R.A.Gopinath, C.S.Burrus. Wavelet Transform and Filter Banks, in *Wavelets- A Tutorial in Theory and Applications*, C.K. Chui (editor), pp. 603-654, *Academic Press*, 1992.
- [Gop., Bur.'95] R. A. Gopinath, C.S. Burrus. Factorization Approach to Unitary Time-Varying Filter Bank Trees and Wavelets, *IEEE Trans. on S.P.* vol. 43, no. 3, March 1995, pp. 666-680.
- [Gre.'96] T. Greiner. Orthogonal and Biorthogonal Texture-matched Wavelet Filterbanks for Hierarchical Texture Analysis, *Signal Processing* 54 (1996) p. 1-23, Elsevier Science Publishers, The Netherlands.
- [Han '96] B. Han. On Dual Wavelet Tight Frames, *Preprint University of Alberta*, 1996.
- [Her., Kov., Vet.'95] C. Herley, J. Kovacevic, M.Vetterli. Wavelets, Filter Banks, and Arbitrary Tilings of the Time-Frequency Plane, Preprint *AT&T Bell Laboratories*, 1995.
- [Hil., Ogd.'97] M. L. Hilton, R. J. Ogden. Data Analytic Wavelet Threshold Selection in 2-D Signal Denoising, *IEEE Trans. on S.P.* vol. 45, no.2, February 1997, pp. 496-500.
- [Hla., Koz.'91] F. Hlawatsch, W. Kozek. Time-Frequency Analysis of Linear Signal Spaces. *IEEE Conference ICASSP-91*, pp.2045-2048, Toronto, May 1991.
- [Hla., Bou.'92] F. Hlawatsch, G. F. Boudreaux-Bartels. Linear and Quadratic Time-Frequency Signal Representations. *IEEE S.P.Magazine*, pp.21-65, April 1992.
- [Isa., Naf.'91] D. Isar, M. Nafornită. The Implementation of a Numerical Tracking Filter, *The International Conference "ICATE'91" Craiova, România*, 1991.
- [Isa., Isa.'92] D.Isar, A. Isar : Adaptive Median Filter, *International Conference " Signals, Circuits and Systems " Iași, România*, 1992.
- [Isa., Isa.'93] A. Isar, D. Isar. A Generalization of the W.K.S. Theorem Using Orthogonal Decomposition of $L^2(\mathbb{R})$. Applications in Signal Processing Theory. *Revista ATM*, anul III, pp.91-97, București, 1993.

- [Isa.'93] A. Isar. Nouvelles modalités de décomposition multirésolution. *Quatorzieme Colloque GRETSI, Juan-Les Pins*, pp.363-366, 13-16 Septembre 1993.
- [Isa.'93(1)] A. Isar. Tehnici de măsurare adaptivă cu aplicații în aparatura de măsurare numerică. *Teza de doctorat, Universitatea "Politehnica" Timișoara* 1993.
- [Isa.'94] A. Isar. L'estimation de la transformée en ondelettes avec bancs de filtres a temps continu. *Colloque TOM'94*, pp. 34.1-34.4, Lyon, 9-11 Mars 1994.
- [Isa.'94(1)] D. Isar. LMS Adaptive Filter for Frequency Modulated Signal Processing, *Proceedings of the Symposium on electronics and telecommunications*, vol.III, Timișoara, sept.29-30, 1994.
- [Isa.'94 (2)] D.Isar.The study of a LMS adaptive filter, *Proceedings of the symposium on electronics and telecommunications*, vol.III, Timișoara, sept. 29-30, 1994.
- [Isa.,Asz.'94] A.Isar, T.Asztalos. Using the fast wavelet transform for data compression, *Proceedings of the symposium on electronics and telecom.*,vol.III, Timișoara, sept. 29-30, 1994.
- [Isa.'95] D.Isar. Metode convenționale de creștere a raportului semnal pe zgomot, *Referat nr. 1 în cadrul pregătirii pentru doctorat*, conducător științific Prof. dr. ing. Ioan Naforniță.
- [Isa.'95 (1)] D.Isar. Metode moderne de creștere a raportului semnal pe zgomot, *Referat nr. 2 în cadrul pregătirii pentru doctorat*, conducător științific Prof. dr. ing. Ioan Naforniță.
- [Isa., Asz., Isa.'95] D.Isar, T.Asztalos, A.Isar : De-noising with wavelets, *International Symposium SCS'95, Iași, România*, 1995.
- [Isa.'95 (1)] D.Isar. The enhancement of the signal to noise ratio using digital "comb" filters, *Buletinul Științific al Universității "Politehnica" Timișoara*, România, 1995.
- [Isa.'96] D. Isar.Imbunătățirea raportului semnal pe zgomot prin filtrare neliniară în domeniul transformatei, *Scientific Communications Meeting of "Aurel Vlaicu" University, Arad, România*, 1996.
- [Isa.'97] D. Isar. De-noising adaptatif. *Seizieme Colloque GRETSI*, pp.1249-1252, Grenoble, 15-19 Septembre 1997.
- [Isa., Isa.'97] D. Isar, A. Isar. A New Class of Identity Systems. *International Workshop on Sampling Theory and Applications, Universidad de Aveiro*, June 16-19 1997.
- [Jaw.,Swe.'95] B. Jawerth, W. Swelden. An Overwiev of Wavelet Based Multiresolution Analysis. *Preprint, Katolike Universiteit Leuven, Belgium* 1995.

- [Jer.'87] A. J. Jerry. The Shanon Sampling Theorem-its Extensions and Applications. A Tutorial. *Proc. IEEE*, 65, 11, pp.1565-1596, November 1987.
- [Joh.'93] I. M. Johnstone. Minimax Bayes, Asymptotic Minimax and Sparse Wavelets Priors, Preprint *Stanford University*, 1993.
- [Kla., Hol., Flo.'97] A. Kla., M. Holschneider, K. Flornes. Two-channel Perfect Reconstruction Filter Banks over Comutative Rings, propusă pentru publicare la *IEEE Transactions on Signal Processing*.
- [Kol.'96] E.D. Kolaczyk. A Method for Wavelet Shrinkage Estimation of Certain Signals Using Corrected Thresholds, articol propus la revista *Statistica Sinica*.
- [Kol.'97] E.D. Kolaczyk. Non-parametric Estimation of Gamma-ray Burst Intensities using Wavelets, în curs de publicare în revista *The Astrophysical Journal*.
- [Kov., Vet.'93] J. Kovacevic, M. Vetterli. Nonseparable Two-and Three-Dimensional Wavelets, *Proceedings of ISCAS'93*, Chicago, 1993.
- [Kov., Vet.'95] J. Kovacevic, M. Vetterli. Perfect Reconstruction Filter Banks with Rational Sampling Factors, *Preprint at AT&T Bell Laboratories*, 1995.
- [Kri., Bro.'96] H. Krim, D. H. Brooks. Feature-Based Segmentation of ECG Signals. *Proceedings of IEEE Conference, TFTS'96*, pp. 97-100, Paris, July 1996.
- [Kun., Boi.'87] M. Kunt, R. Boite. Traitement de la parole. *Presses Polytechniques Romandes*, 1987.
- [Kun.'84] M. Kunt. Traitement numérique des signaux. *Traité d'Electricité de l'EPFL, vol. XX, 3-eme édition, Presses Polytechniques Romandes*, 1984.
- [Lan., Guo., Ode., Bur, Wel.'95] M. Lang, H. Guo, J. E. Odegard, C. S. Burrus, R. O. Wells. Nonlinear Processing of a Shift Invariant DWT for Noise Reduction. *Proceedings of SPIE Symposium on Aerospace Sensing and Dual Photonics*, Orlando, SUA. April 1995.
- [Leb., Vet.'97] J. Lebrun, M. Vetterli. Balanced Multiwavelets. Theory and Design, trimisă spre publicare la *IEEE Transactions on Signal Processing*, februarie 1997.
- [Lem.'90] P. G. Lemarié-Rieusset. Analyses multi-echelles et ondelettes a support compact. În *Les ondelettes en 1989*. P. G. Lemarié (editor), *Springer Verlag*, 1990.
- [Lem., Mal.'93] P. G. Lemarié-Rieusset, G. Malgouyres. Support des fonctions de base dans une analyse multirésolution. *C. R. Acad. Sci. Paris, tome 313, serie 5*, pp.377-380, 1993.

- [Lim., Opp.'88] J. S. Lim, A. V. Oppenheim (editori). Advanced Topics in Signal Processing. *Prentice Hall*, New Jersey 1988.
- [Lim., Sim.'73] W.C. Lindsey, M. K. Simon. Telecommunication Systems Engineering, *Prentice-Hall*, New Jersey, 1973.
- [Mac.'89] O. Macchi. Adaptatif et non stationnaire. *Traitement du signal*, vol. 6, No.5 pp.325-387,1989.
- [Mal.'91] G. Malgouyres. Analyse multirésolution sur l'intervalle. Algorithme rapide. *Preprint, Université Paris-Sud*, 1991.
- [Mal.'92] G. Malgouyres. Ondelettes a support compact et analyse multirésolution sur l'intervalle. *Preprint, Université Paris-Sud*, 1992.
- [Mal.'94] G. Malgouyres. Introduction a la théorie des ondelettes. *Curs de vară*, Timișoara 1994.
- [Mal.'89] S. Mallat. Multifrequency Channel Decomposition. *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 37, No.12, pp. 2091-2110, Octobre 1989.
- [Mal.'89 (1)] S. Mallat. A Theory for Multiresolution Signal Decomposition: the Wavelet Representation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Inteligence*, vol. II, No.7, pp.674-693, July 1989.
- [Mal.,Zha.'93] S. Mallat, Z. Zhang. Matching Pursuits with Time-Frequency Dictionary. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, No.12, pp.3397-3415, December 1993.
- [Mal.'97] S. Mallat, F. Falzon. Understanding Image Transform Codes. *Proceedings of the SPIE Aerospace Conference*, Orlando, April 1997.
- [Mal.'90] H. S. Malvar. Lapped Transforms for Efficient Transform/Subband Coding. *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 38, pp.969-978, June 1990.
- [Mar., Mac.'87] S. Marcos, O. Macchi. Traking Capability of the Least Mean Square Algorithm: Applications to a Asynchronous Echo-Canceler, *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 35, no.11, November 1987.
- [Mat., Șer.'87] A. Mateescu, A. Șerbănescu. Circuite cu capacități comutate, *Ed. Militară*, București, 1987.
- [Mat., Rad., Sta.'96] A. Mateescu, M. Răducanu, L. Stanciu. Best Basis with Wavelet Packets for a Signal. *Proceedings of International Symposium Etc '96*, Timișoara, vol. II, pp.106-111, September 1996.
- [Mey.'90] Y. Meyer. Ondelettes, filtres miroirs en quadrature et traitement numérique de l'image. În *Les ondelettes en 1989*. P. G. Lemarié (editor), *Springer-Verlag*, 1990.
- [Mey.'93] Y. Meyer. Ondelettes et algorithmes concurents. *Herman*, Paris 1993.
- [Mey.93 (1)] Y. Meyer. Wavelets and Operators. În *Proceedings of Symposia in Applied Mathematics*.I. Daubechies (editor), vol. 47, *AMS*,1993.

- [Mou.'94] P.Moulin. Wavelet Thresholding Techniques for Power Spectrum Estimation. *IEEE Trans. on S.P.*, vol. 42, No.11, pp. 3126-3136, November 1994.
- [Naf., Isa.'91] M.Naforniță , D.Isar. Numerical Tracking Filter, *The International Conference "ICATE '91"*, Craiova , România, 1991.
- [Naf., Isa., Isa.'92] M. Naforniță, A. Isar, D. Isar. A Generalization of the Sampling Theorem. *Rev. Roum. Sci. Tehn.-Electrotehn. et Energ.*, 37, pp. 177-183, Bucarest 1992.
- [Naf.'92] I. Naforniță. Banda echivalentă de zgomot a unor filtre, *Conferința națională de la Oradea*, Mai, 1992.
- [Naf., Cam., Isa.'93] M.Naforniță, A.Câmpeanu, D.Isar, Tehnici experimentale de analiză statistică a semnalelor aleatoare ergodice și staționare, *Conferința Națională Oradea*, România, 1993 .
- [Naf.'95] I. Naforniță, Prelucrarea adaptivă a semnalelor de telecomunicații", 1995, *note de curs*.
- [Naf., Cam., Isa.'95] I. Naforniță, A. Câmpeanu, A. Isar. Semnale circuite și sisteme. vol. I, *Editura UPT*, 1995.
- [Nag., Ike.'96] T. Nagai, M. Ikehara. Design of Oversampled Perfect Reconstruction FIR Filterbanks, Preprint *Keio University* Japan, 1996.
- [Nar., Lou., Les., Dar.'96] S. B. Narayanan, J. Mc. Loughlin, Les Atlas, J. Darapo. An Operator Theory Approach to Discrete Time-Frequency Distribution. *Proceedings of the IEEE Conference "TFTS'96"*, pp. 521-524, Paris 1996.
- [Nas.'94] G. P. Nason. Wavelet Regression by Cross-Validation. *Preprint University of Bristol*, March 1994.
- [Nas., Sap., Saw.'97] G. P. Nason, T. Sapantias, A. Sawezenko. Statistical Modeling of Time Series using Non-decimated Wavelet Representations, Preprint *University of Bristol*, 1997.
- [Nay., Bar., Smi.'91] K. Nayebi, T. P. Barnwell III, M.J.T. Smith. Nonuniform Filter Banks: A Reconstruction and Design Theory, Preprint *Georgia Institute of Technology*, June 1991.
- [Nay., Bar., Smi.'91 (1)] K. Nayebi, T. P. Barnwell III, M.J.T. Smith. Time Domain Filter Bank Analysis: A New Design Theory, Preprint *Georgia Institute of Technology*, June 1991.
- [Nea.'82] V. E. Neagoie. Using Legendre Polynomials to Introduce a New Orthogonal Transform for Significant Feature Selection. *Proceedings of Pattern Recognition and Image Processing Conference*, pp.177-182, Las Vegas, June 1982.
- [Nea., Sta.'92] V. Neagoie, O Stănășilă. Teoria recunoașterii formelor, *Editura Academiei Române*, București, 1992.

- [Ode., Bur.'96] J. Odegard, C. S. Burrus. New Class of Wavelets for Signal Approximation, *Proceedings of ISCAS'96*.
- [O'N., Wil.'96] J. C. O'Neill, W. J. Williams. New Properties for Discrete Bilinear Time-Frequency Distributions. *Proceedings of the IEEE Conference "TFTS'96"*, pp. 505-508, Paris 1996.
- [Opp.'76] A. Oppenheim. Applications of Digital Signal Processing, *Prentice-Hall*, 1976.
- [Opp., Sch.'86] A. Oppenheim, R. W. Schaefer. Digital Signal Processing. *Prentice Hall*, 1986.
- [Opp., Lim'88] A.V.Oppenheim, J.S.Lim. Advanced topics in signal processing", *Prentice Hall*, 1988.
- [Pag., Nel.'88] R. W. Page, N. W. Nelson. Adaptive Sample Rate: A First Generation Automatic Time Base. *Hewlett Packard Journal*, February 1988.
- [Pap., Hla., Bou.'93] A. Papandreu, F. Hlavatsch, G. F. Boudreaux-Bartels. The Hyperbolic Class of Quadratic Time-Frequency Representations. Part I: Constant-Q Warping, the Hyperbolic Paradigm, Properties and Members. *IEEE Trans. on SP*, vol. 41, No.12, December 1993.
- [Pas., Gon., Bar.'96] M. Pasquier, P. Gonçalves, R. Baraniuk. Hybrid Linear/Bilinear Time-Scale Analysis. *Proceedings of IEEE Conference "TFTS'96"*, pp.513-516, Paris, July 1996.
- [Pas., Gay.'95] D. Pastor, R. Gay. Décomposition d'un processus stationnaire du seconde ordre. Propriétés statistiques d'ordre 2 des coefficients d'ondelettes et localisation fréquentielle des paquets d'ondelettes. *Traitement du signal*, vol. 12, no. 5, pp. 393-420, 1995.
- [Pen.'94] A. P. Pentland. Interpolation using Wavelet Bases. *IEEE Trans. on PAMI*, vol.16, no.4, April 1994.
- [Pes., Ade., Pes., Hel.'96] L. Pesu, E. Ademovic, J.-C. Pesquet, P. Helisto. Wavelet Packet Based Respiratory Sound Classification, *Proceedings of TFTS'96*, Paris, 1996, pp. 377-380.
- [Pho., Kim, Vai., Ans.'95] S. M. Phoong, C. W. Kim, P. P. Vaidyanathan, R. Anseri. A New Class of Two-Channel Biorthogonal Filter Banks and Wavelet Bases. *IEEE Transactions on SP*, vol. 43, no.3, pp. 649-665, March 1995.
- [Pit., Ven.'86 (1)] I. Pitas, A. N. Venetsanopoulos. Nonlinear Mean Filters in Image Processing, *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 14, no. 3, June 1986.
- [Pit., Ven.'86 (2)] I. Pitas, A. N. Venetsanopoulos. Edge Detectors on Nonlinear Filters, *IEEE Transactions on PAMI*, vol.8, no.4, July 1986.

- [Pit., Wan., Jua.'96] J. W. Pitton, K. Wang, B. H. Juang. Time-Frequency Analysis and Auditory Modeling for Automatic Recognition of Speech. *Proceedings of the IEEE*, vol. 84, no.9, pp.1199-1214, Sept. 1996.
- [Plo., Str.'98] G. Plonka, V. Strela. From Wavelets to Multiwavelets, în *Mathematical Methods for Curves and Surfaces II*. pp. 1-25, *Vanderbilt University Press*, 1998.
- [Pop., Naf., Tip., Tom., Mih.'86, '89] E. Pop, I. Naforniță, V. Tiponuț, L.Toma, A. Mihăescu. Metode în prelucrarea numerică a semnalelor.vol I și vol II, *Ed. Facla*, Timișoara 1986 și 1989.
- [Pre., Teu., Vet., Fla.'95] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. Numerical Recipes in C. *Cambridge University Press*, 1995.
- [Pre.'87] F. Preteux. Description et interprétation des images par la morphologie mathématique. Application a l'image médicale. *These de doctorat d'Etat, Université Paris VI*, 1987.
- [Qia., Che.'96] S. Qian, D. Chen. Joint Time-Frequency Analysis.*Prentice Hall*, 1996.
- [Ram., Sir.'88] G. Ramponi, G. Siracuza. Quadratic Digital Filters for Image Processing, *IEEE Transactions on ASSP*, vol. 36, no.6, June 1988.
- [Ram., Vet., Her.'96] K. Ramchandran, M. Vetterli, C. Herley. Wavelets, Subband Coding and Best Bases. *Proceedings of the IEEE* vol. 84, No. 4, pp.541-558, April 1996.
- [Raz., Dic., Tur.'97] J. Raz, L. Dickerson, B. Turetsky. A Wavelet Packet Model of Evoked Potentials.*Preprint of School of Public Health, Ann Arbor, Michigan*, 1997.
- [Rio., Duh.'92] O. Rioul, P. Duhamel. Fast Algorithms for Discrete and Continuous Wavelet Transforms. *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 28, No. 2, pp.569-586, March 1992.
- [Rio.,Vet.'91] O.Rioul, M.Vetterli. Wavelets and signal processing, *IEEE SP Magazine*, 8 (4) pp.14-38, october 1991.
- [Rio.'93] O. Rioul. A Discrete Time Multiresolution Theory. *IEEE Trans. on SP*, vol. 41, no. 8, pp. 2591-2606, August 1993.
- [Rio.'93 (1)]O. Rioul. Ondelettes régulières: Applications a la compression d'images fixes. *these de doctorat, ENST Paris*, Mars 1993.
- [Rul.'80] G. Rulea. Prelucrarea optimă a semnalului radio. *Ed. Tehnică*, București 1980.
- [Ran.'87] R. B. Randall. Applications of B&K Equipment to Frequency Analysis. *B&K*, 1987.
- [Scl., Sun,Kri., Jas., Sch.'92] R. J. Sclabassi, M. Sun, D. N. Krieger, P. J. Jasukitias, M.S.Scher. Time-Frequency Domain Problems in the

- Neurosciences. In Time-Frequency Signal Analysis. B. Boashash (editor), pp.498-519, *John Wiley*,1992.
- [She.'92] M.J.Shensa. The Discrete Wavelet Transform: Weding the "A Trous" and Mallat Algorithms. *IEEE Trans. on S.P.* vol 40, No. 10, pp. 2464-2482, October 1992.
- [Shy.'92] J.J.Shynk. Frequency-domain and multirate adaptive filtering, *Signal Processing Magazine*, january 1992.
- [Sim., Rie., Sch., Nos.'97] S. Simon, P. Riecher, C. Schimpfle, J.A. Nossek, Cordic Based Architectures for the Efficient Implementation of Discrete Wavelet Transforms, Preprint, *T.U. Munchen*, 1997.
- [Smi., Bar'86] M. J. T. Smith, T. P. Barnwell III. Exact Reconstruction Techniques for Tree-Structured Subband Coders. *IEEE Trans. on ASSP*, vol. 34, pp.434-441, 1986.
- [Sod., Nay., Bar.'94] I. Sodagar, K. Nayebi, T.P. Barnwell III. Time-Varying Filter Banks and Wavelets, *IEEE Trans. On S.P.*, vol. 42, no.11, November 1994, pp. 2983-2996.
- [Spă.'87] A. Spătaru. Fondements de la théorie de la transmission de l'information. *Presses Polytechniques Romandes*, Lausanne, 1987.
- [Sri., Jam.'96] P. Srinivasan, L. M. Jamieson. Techniques for Variable Rate Speech Coding using Wavelet Representations. *Proceedings of the IEEE Conference "TFTS'96*, pp.109-112, Paris, July 1996.
- [Str.'91] V. Strela. A Note on Construction of Biorthogonal Multi-scaling Functions, *Contemporary Mathematics*, 1991.
- [Swe., Pie.'93] W. Sweldens. Wavelet Sampling Techniques, *Proceedings of the Joint Statistical Meetings, San Francisco*, 1993.
- [Swe.'94] W. Sweldens. Compactly Supported Wavelets which are Biorthogonal with Respect to a Weighted Inner Product. *Preprint University of South Carolina*, 1994.
- [Swe.'94 (1)] W. Sweldens. The Lifting Scheme: A Custom-Design Construction of Biorthogonal Wavelets. *Preprint University of South Carolina*, 1994.
- [Swe.'96] W. Sweldens. Wavelets and the Lifting Scheme: A 5 Minute Tour, Preprint *Bell Laboratories*, 1996.
- [Tas.'95] C. Taswell. Speech Compression with Cosine and Wavelet Packet Near-Best Bases. *Preprint, Stanford University*, 1995.
- [Tas.'96] C. Taswell. Image Compression by Parametrized-Model Coding of Wavelet Packet Near-Best Bases. *Preprint, Stanford University*, 1996.

- [Tas.'98] C. Taswell. Statisficing Search Algorithms for Selecting Near-Best Bases in Adaptive Tree-Structured Wavelet Transforms. În curs de publicare în *IEEE Transactions on Signal Processing*.
- [Tch.'93] P. Tchamitchian. Wavelets and Differential Operators. În Proceedings of Symposia in Applied Mathematics. I. Daubechies (editor), vol. 47, *A.M.S.*, 1993.
- [Tem.'96] N. N. Temme. Asymptotics and Numerics of Zeros of Polynomials that are Related to Daubechies Wavelets. *Technical report AM-R9613, National Research Institute for Mathematics and Computer Science, Amsterdam*, 1996.
- [Tol.,Hol., Kal.'95] L. Tolhuizen, N. Hollmann, T.A.C.M. Kalker. On the Realizability of Biorthogonal, m-Dimensional Two-Band Filter Banks. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, No.3, March 1995.
- [Tsa., Gia.'95] M.K. Tsanakakis, G. B. Giannakis. Principal Component Filter Banks for Optimal Multiresolution Analysis, *IEEE Trans. on S. P.* , vol. 43, no.8 August 1995, pp. 1766-1777.
- [Tsi., Nik.'98] G.A. Tsihrintzis, G. L. Nikias. Modeling, Parameter Estimation and Signal Detection in Radar Clutter with Alpha-Stable Distributions, Preprint Univ. of Virginia, 1998.
- [Vai.'93] P. P. Vaidyanathan. Multirate Systems and Signal Processing. *Prentice Hall, Englewood Cliffs*, 1993.
- [Vai.'93 (1)] P.P.Vaidyanathan , Multiscale digital filters, filterbanks, polyphase networks and applications: A tutorial, *Proc. IEEE*, vol.78, no.1 pp59-63, july 1993.
- [Vet.'92] M.Vetterli, C.Herley, Wavelets and filter banks: Theory and design, *IEEE Transactions on signal processing* 40 (9) pp.2207-2232, 1992.
- [Wha.'71] A.O.Whalen. Detection of Signal in Noise, *Academic Press*, New York, 1971.
- [Wec.'89] M. Wechsler. Characterization of Time Varying Frequency Behaviour using Continuous Measurement Technology. *Hewlett Packard Journal*, February 1989.
- [Wes., Wic.'93] E. Wesfreid, M. V. Wickerhauser. Etudes des signaux vocaux par ondelettes de Malvar. *Quatorzieme Colloque GRETSI, Juan-Les-Pins*, Septembre 1993.
- [Wic.'94] M. Wickerhauser. Adapted Wavelet Analysis from Theory to Software. *A. K. Peters/Wesley*, 1994.
- [Wic.'96] M.V. Wickerhauser. Custom Wavelet Paket Image Compression Design, *Preprint Washington University*, 1996.

- [Wid.'75] B. Widrow, s.a. Adaptive Noise Canceling: Principles and Applications, *Proceedings of the International Symposium on Signals and Systems*, vol.63, no.12, December 1977.
- [Wid., Ste.'85] B. Widrow, S.D. Stearns. Adaptive Signal Processing, *Prentice Hall*, 1985.
- [Wij., Arm.'96] W. Wijmans, P. Armbruster. Data Compression Techniques for Space Applications. Review of Current ESA/ESTEC Development, *Proceedings of DASIA '96*, Rome, May, 1996
- [Xia., Kuo., Zha.'94] X. G. Xia, C. C. J. Kuo, Z. Zhang. Wavelet Coefficient Computation with Optimal Prefiltering. *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 42, no.8, pp. 2191-2197, August 1994.
- [Yao., Cha.'94] M. H. Yaou, W. T. Chang. M-Ary Wavelet transform and Formulation for Perfect Reconstruction in M-Band Filter Bank. *IEEE Transactions on Signal Processing*, pp.3508-3512, vol. 42, No.12, December 1994.
- [Zha., Des.,Pen.'96] X.-P. Zhang, M. D. Dessai, Y.-N. Peng. Orthogonal Complex Filter Banks and Wavelets: Some Properties and Design. *Preprint University of Texas at San-Antonio*, 1996.
- [Zho., Cai, Zha.'95] D. Zhou, W. Cai, W. Zhang. An Adaptive Wavelet Method for Nonlinear Circuit Simulation, preprint *University of North Carolina*, 1995.
- [Zho., Cai.'95] D. Zhou, W. Cai. A Fast Wavelet Collocation Method for High-speed Circuits Simulation, preprint *University of North Carolina*, 1995.